

МЕТОДОЛОГИЯ И МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЙ

METHODOLOGY AND RESEARCH METHODS

УДК 556.01

DOI: 10.34753/HS.2019.1.2.005

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ
ЗНАЧЕНИЯ ПАРАМЕТРА
Т. КАРМАНА**А.Ю. Виноградов^{1,2}, М.М. Кадацкая¹

¹ООО НПО «Гидротехпроект», г. Валдай, Россия; ²Санкт-Петербургский государственный лесотехнический университет, г. Санкт-Петербург, Россия
gd@npogtp.ru

Аннотация. В статье рассмотрены различные подходы к оценке физической сущности параметра Т. Кармана, характеризующего распределение скорости потока по вертикали. С одной стороны, параметр Т. Кармана является коэффициентом пропорциональности между длиной пути перемешивания и глубиной, с другой – характеризует угол наклона вертикального профиля скорости. Считается, что данный параметр является универсальным, то есть константой при условии, что осредненное распределение скоростей является постоянным. Однако, в зависимости от того, каким образом мы определяем величину данного параметра, различие в его значениях доходят до 2 порядков.

Рассмотрены два способа оценки параметра Т. Кармана. В первом случае параметр

**THEORETICAL CALCULATION
OF THE VALUE OF THE VON
KARMAN CONSTANT**Alexey Yu. Vinogradov^{1,2},
Mariya M. Kadatskaya¹

¹Scientific and Industrial Research Association *Gidrotehproekt*, Valday, Russia
²Saint Petersburg State Forest Technical University, St. Petersburg, Russia
gd@npogtp.ru

Abstract. The article considers various approaches to assessing the physical essence of the von Karman constant characterizing the vertical distribution of the flow velocity. On the one hand, the von Karman constant is a proportionality coefficient between the length of the mixing length and the depth; on the other hand, it characterizes the tilt angle of the vertical velocity profile. It is considered that this parameter is universal, that means it is constant as long as the averaged velocity distribution is constant. However, depending on estimation way of this constant, its values under the same conditions may differ to 2 orders.

Two methods for estimating the von Karman constant are considered. In the first

определяется на основе прямых измерений максимальной и средней скоростей движения потока, глубины и уклона водной поверхности на конкретном участке. Распространение полученного значения на другие створы приведет к ошибкам.

Во втором случае параметр определяется как функция коэффициента гидравлического трения. Авторами показано, что параметр Т. Кармана является функцией коэффициента турбулентного обмена (вязкости) и опосредованно является функцией глубины потока. В результате расчетов показано, что в придонной части значения параметра Т. Кармана максимальны.

Дополнительно в статье предложен новый вариант расчета параметра Т. Кармана через величину касательного напряжения для турбулентного потока.

Сделан вывод, что поскольку для скоростей <1 м/с при изменении значений параметра Т. Кармана от 0,27 до 0,38 изменения максимальной скорости не превышают 3%, что укладывается в погрешность измерений скорости вертушкой, то практически оценить величину параметра Т. Кармана на основании измеренных скоростей для равнинных рек даже при множественных измерениях стандартным гидрометрическим оборудованием невозможно.

Ключевые слова: параметр Кармана; коэффициент турбулентного обмена (вязкости);

case, determination of the von Karman constant is on the grounds of direct measurements of the maximum and average flow velocities, depth and slope of the water surface in a particular area. Propagation of the obtained value to other objects will lead to errors.

In the second case, the parameter is defined as a function of the coefficient of hydraulic friction. The authors showed that the von Karman constant is a function of the coefficient of turbulent exchange (viscosity) and indirectly is a function of the depth. As a result of the calculations, it was shown that the maximum values of the von Karman constant observed on the bottom.

Additionally, the authors propose a new version of the calculation of the von Karman constant through the tension shift for a turbulent flow.

It is concluded that since for velocities <1 meter per second the changes in the von Karman constant values from 0.27 to 0.38 the maximum velocity with variation do not exceed 3%, which fits into the accuracy of the velocity measurements, it is practically impossible to estimate the value of von Karman constant by first method for flat rivers even with multiple measurements with standard hydrometric equipment.

Keywords: the von Karman constant; coefficient of turbulent exchange (viscosity);

число Рейнольдса; коэффициент гидравлического трения; эпюра распределения скоростей; турбулентный режим

Reynolds number; coefficient of hydraulic friction; velocity distribution diagram; turbulent mode

Введение

Объектом исследования данной работы является параметр Т. Кармана, характеризующий распределение скорости потока по вертикали.

Гипотеза о локальном кинематическом подобии поля турбулентных пульсаций скоростей, предложенная в 1930 году Т. Карманом, позволяет во всех случаях установить связь между длиной l и осредненным полем скорости. Согласно данной теории, поля турбулентных пульсаций в окрестности каждой точки развитого турбулентного течения (за исключением точек пограничного слоя) подобны друг другу и отличаются лишь масштабами длины и времени (или длины и скорости) [Монин, Яглом, 1965].

Длина пути перемешивания l является одним из масштабов подобия и согласно теории Т. Кармана, функцией ординаты y [Шлихтинг, 1974]. Характер зависимости $l = f(y)$ в общем виде принят равным [Барышников, Попов, 1988]

$$l = \kappa \cdot y^m \quad (1)$$

где κ – параметр Т. Кармана,

m – параметр, обычно принимается численно равным 1 [Гришанин, 1969; Дейли, Харлеман, 1971].

Определения объекта исследования

В литературных источниках встречаются различные определения и соответствующие формулы для оценки параметра Т. Кармана. Ниже приведены некоторые из них:

Параметр Т. Кармана (постоянная Прандтля-Кармана) есть величина, обратная относительному дефициту средней скорости на вертикали, нормированному по динамической скорости [Железняков, 1981]:

$$\frac{1}{\kappa} = \frac{V_{\max} - V}{V_*} \quad (2)$$

Параметр Т. Кармана представляет собой универсальную безразмерную величину, одинаковую для всех турбулентных течений при условии, что осредненное распределение скоростей этих течений является постоянным [Шлихтинг, 1974].

Параметр Т. Кармана – безразмерная величина, которая является мерой турбулентности в потоке жидкости [Hall, 2000]:

$$\kappa = \sqrt{\frac{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}{3V^2}}$$

Параметр Т. Кармана является характеристикой осредненного профиля скоростей. Под интегральным параметром Т. Кармана понимается опытная величина, характеризующая в универсальных координатах угол наклона профиля скорости, постоянный по основной толще турбулентного ядра потока. Его значение не зависит от формы потока и шероховатости стенок [Скребков, Федоров, 2013].

Параметр Т. Кармана является важной составной частью современных теорий турбулентности, которым можно характеризовать зону развитой турбулентности. Это обстоятельство указывает на возможную фундаментальную роль этой константы в теории турбулентности¹.

Численные значения объекта исследования

Касательно численного значения параметра Т. Кармана в литературе также нет единого мнения. Одни авторы утверждают, что численное значение данного параметра может быть определено только из опыта [Шлихтинг, 1974]. Некоторые исследователи значительные расхождения в значениях данного параметра объясняют погрешностями определения динамической скорости [Гольдштик, Кутателадзе, 1969; Скребков, Федоров, 2013].

Другие специалисты считают его не постоянным, а зависящим от числа Re и меняющимся в пределах живого сечения [Штеренлихт, 1984], например, для труб предлагается следующая формула для оценки параметра Т. Кармана [Большаков, Константинов, Попов, 1977]:

$$\kappa = 0,337 / d^{0.08} \quad (3)$$

¹ Сабденов К.О., Ерзада М. Постоянная Кармана – фундаментальная? [Электронный ресурс] URL: <http://www.enu.kz/ru/info/novosti-enu/29405/> (дата обращения: 15.07.2019)

где d – диаметр трубы.

Гришанин считает, что параметр T . Кармана слабо меняется с изменением числа Re . Влияние числа Рейнольдса на параметр T . Кармана в естественных потоках было отмечено Г.В. Железняковым [Гришанин, 1969]. Другие авторы [Гольдштик, Кутателадзе, 1969] отмечают, что при достаточно больших числах Рейнольдса значение параметра T . Кармана становится постоянным.

С увеличением концентрации наносов и воздуха в жидкости снижается сопротивление движению и, следовательно, уменьшаются численные значения коэффициента гидравлического трения λ и параметра K [Штеренлихт, 1984]. Это объясняется тем, что поскольку указанные параметры связаны с коэффициентом Шези C обратной зависимостью, то K должно убывать под влиянием плотностных течений [Железняков, 1981]. Расчет параметра T . Кармана при учете наносов предлагается проводить по следующей эмпирической зависимости:

$$K = 0,385 \frac{1 + \rho_{mv} \frac{\rho_n - \rho}{\rho}}{1 + 2,5 \rho_{md}}, \quad (4)$$

где ρ_n – плотность наносов;

ρ – плотность воды;

ρ_{mv} – средняя на вертикали относительная (объемная) концентрация наносов;

ρ_{md} – относительная (объемная) концентрация наносов у дна.

Отдельного обсуждения заслуживает диапазон изменения параметра T . Кармана K по различным литературным источникам:

Так, Железняков пишет, что K убывает от 1,2 до 0,2 с возрастанием коэффициента Шези C или же возрастает с увеличением коэффициента Дарси λ [Железняков, 1981]. Уменьшение турбулентности движения потока вызывает уменьшение параметра T . Кармана.

Дж. Дейли и Д. Харлеман в своем труде отмечают, что для внутренней области пограничного слоя параметр T . Кармана $K=0,41$, для внешней $K=0,267$ [Дейли, Харлеман, 1971].

В общем случае, чем больше отношение средней скорости потока к динамической, тем меньше параметр T . Кармана [Гришанин, 1969].

Если распределение скоростей по вертикали соответствует логарифмическому закону, то получаемые опытным путем значения параметра Т. Кармана оказываются меняющимися в широких пределах. По опытным данным Н.Н. Павловского на прямолинейных участках русла со спокойным рельефом дна, где течение близко к равномерному, κ изменяется от 0,309 до 0,428. Параметр Т. Кармана обычно принимается равным 0,4 для турбулентных потоков в трубах [Штеренлихт, 1984], хотя имеются данные, по которым следовало бы уменьшить это значение [Монин, Яглом, 1965].

По данным опытов И.И. Никурадзе, приведенным в [Гришанин, 1969], величина параметра Т. Кармана лежит в диапазоне 2,9-3,2.

Для равномерного турбулентного течения при отсутствии шероховатого трения параметр Т. Кармана принимается равным 0,333 [Монин, Яглом, 1965]. В опытах Б.Л. Кириллова параметр Т. Кармана изменялся в диапазоне 0,07-0,16, у Джилла – в диапазоне 0,1-0,4 [Одишария, Точигин, 1998], у Дейли, Харлемана составлял 0,267 [Дейли, Харлеман, 1971].

Таким образом, различия в величине столь важного параметра, характеризующего распределение скорости потока по вертикали, у различных исследователей доходят до двух порядков.

Рассмотрим основные способы оценки данного параметра.

Оценка значения κ на основании измеренных значений скоростей потока

Относительный недостаток местной скорости на вертикали [Гришанин, 1969; Железняков, 1976] есть функция относительной глубины:

$$\frac{V_{\max} - V}{V_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{h}{y}. \quad (5)$$

Эта зависимость основана на теории переноса количества движения [Железняков, 1976].

Из приведенной зависимости выразим искомый параметр:

$$\kappa = \frac{\ln \frac{h}{y} V_*}{V_{\max} - V} \quad (5^*)$$

В случае, когда средняя скорость на вертикали измерена $V(y = 0,4h) = V_{cp}$, зависимость принимает следующий вид:

$$\kappa = -\frac{\ln 0,4 \cdot V_*}{V_{\max} - V_{0,4}} \quad (5^{**})$$

Примечательно, что зависимость (5**) преобразуется в $\kappa = \frac{V_*}{V_{\max} - V}$ при отношении $y/h = 0,37$, что соответствует выводам Гришанина о глубине, на которой согласно логарифмической функции фиксируется средняя скорость [Гришанин, 1969], то есть последний вид зависимости более точен.

Для оценки максимальной скорости можно воспользоваться следующими зависимостями:

В.Н. Гончарова [Барышников, Попов, 1988]:

$$V_{\max} = V_{cp} \frac{\lg(16,7 \frac{y}{\Delta} + 1)}{\lg 6,15 \frac{h}{\Delta}}; \quad (6)$$

Х.Э. Базена [Железняков, 1976]:

$$V_{\max} = V_{cp} - \frac{MV_*}{3\sqrt{g}}, \quad (7)$$

параболической формулой Х.Э. Базена [Барышников, Попов, 1988]:

$$V_{\max} = V_{cp} - \frac{MV}{C} \left(1 - \frac{y}{h}\right)^2 \quad (8)$$

эллиптической формулой А.В. Караушева:

$$V_{\max} = V_{cp} \sqrt{1 - \left(0,57 + \frac{3,3}{C}\right) \left(1 - \frac{y}{h}\right)^2} \quad (9)$$

а также зависимостями, в которых присутствует параметр Т. Кармана:

Л. Прандтля [Шлихтинг, 1974]:

$$V_{\max} = \frac{V_*}{\kappa} \ln \frac{h}{y} + V_{cp} \quad (10)$$

Т. Кармана [Шлихтинг, 1974]:

$$V_{\max} = -\frac{V_*}{\kappa} \left(\ln \left(1 - \sqrt{\frac{y}{h}} \right) + \sqrt{\frac{y}{h}} \right) + V_{cp}; \quad (11)$$

[Железняков, 1976]:

$$V_{\max} = -\frac{V_*}{\kappa} \left(\ln \left(1 - \sqrt{1 - \frac{y}{h}} \right) + \sqrt{1 - \frac{y}{h}} \right) + V_{cp} \quad (12)$$

$$V_{\max} = \frac{V_*}{\kappa} \left(\ln \left(\frac{1 + \sqrt{1 - \frac{y}{h}}}{1 - \sqrt{1 - \frac{y}{h}}} \right) - 2\sqrt{1 - \frac{y}{h}} \right) + V_{cp} \quad (13)$$

$$V_{\max} = \frac{\sqrt{2}V_*}{\kappa} \left(\arcsin \sqrt{1 - \frac{y}{h}} - \sqrt{\frac{y}{h}} \sqrt{1 - \frac{y}{h}} \right) + V_{cp} \quad (14)$$

$$V_{\max} = \frac{V_*}{\kappa} \ln \frac{1 + \frac{\Delta}{30h}}{\frac{y}{h} + \frac{\Delta}{30h}} + V_{cp} \quad (15)$$

$$V_{\max} = -\frac{V_*}{\kappa} \ln \frac{y}{h} + V_{cp} \quad (16)$$

$$V_{\max} = -\frac{V}{\kappa C} \frac{1}{\sqrt{g} \left(1 + \frac{\kappa C}{\sqrt{g}} \right)} \quad (17)$$

где V_* – динамическая скорость (скорость трения), м/с: $V_* = \sqrt{ghi}$;

V_{cp} – средняя скорость потока, м/с, на глубине $y=0,4h$;

Δ – высота выступов шероховатости, м;

h – глубина потока, м;

M – размерный коэффициент, значение которого составляет 20-24 м^{0,5}/с [Железняков, 1976; Барышников, Попов, 1988], по А.В. Караушеву данный параметр зависит от коэффициента Шези [Железняков, 1976];

C – коэффициент Шези, м^{0,5}/с.

Поскольку опытные значения параметров κ для плоского и пространственного потоков различны [Железняков, 1976], то для упрощения задачи считаем поток плоским

равномерным, тогда безразмерный коэффициент Шези $C_* = C/\sqrt{g}$ для каждой вертикали считаем равным таковому для пространственной задачи, то есть для всего потока. В рамках данной статьи принято, что донные отложения представляют собой несвязные грунты с размером частиц $d=1$ мм, соответственно $\Delta = 2/3d = 0,00067$ м и $C_* = 27,8$, глубина потока составляет 5 м (за исключением специально оговоренных случаев).

Расчет максимальных скоростей по рассмотренным зависимостям приведен в таблице 1.

Таблица 1. Максимальная скорость потока на вертикали, рассчитанная по различным зависимостям

Table 1. Maximum vertical flow velocity that calculated from various dependencies

V_{cp} , м/с	0,1	0,5	1	2
V_* , м/с	0,004	0,019	0,038	0,077
i , б/р	0,0000003	0,0000075	0,0000302	0,0001206
V_{max} , (6), м/с	0,11	0,55	1,09	2,19
V_{max} , (7), м/с	0,11	0,55	1,10	2,20
V_{max} , (8), м/с	0,11	0,55	1,10	2,20
V_{max} , (9), м/с	0,11	0,57	1,13	2,26
κ (5*)	0,33	0,32	0,32	0,32
V_{max} , (10), м/с	0,11	0,55	1,11	2,23
V_{max} , (11), м/с	0,11	0,52	1,05	2,10
V_{max} , (12), м/с	0,11	0,54	1,09	2,18
V_{max} , (13), м/с	0,11	0,53	1,07	2,13
V_{max} , (14), м/с	0,11	0,53	1,07	2,14
V_{max} , (15), м/с	0,11	0,55	1,12	2,24
V_{max} , (16), м/с	0,11	0,55	1,12	2,24
V_{max} , (17), м/с	0,11	0,56	1,12	2,24

Среднее значение κ , исходя из рассчитанной максимальной скорости потока на вертикали по формулам 6-9: 0,32.

Исходя из зависимости [Монин, Яглом, 1965]

$$\frac{V}{V_*} = -\frac{2,3}{\kappa} \lg \frac{y}{h} \quad (18)$$

для нашего случая параметр Т. Кармана на высоте выступов шероховатостей равен 0,34.

Зависимости, кроме первых четырех, имеют в качестве аргумента уже известное значение параметра Т. Кармана, что не позволяет их использовать в первичных расчетах для оценки последнего. Сравнение полученных осредненных значений максимальной скорости по формулам (10)-(17) дает наилучшее совпадение с таковой, полученной по формулам (6)-(9) при значении $\kappa = 0,30$.

Уточним значение параметра Т. Кармана по формуле Г.В. Железнякова:

$$\kappa = \frac{\kappa_{\max} - \kappa_{\min}}{1 + C/\sqrt{g}} + \kappa_{\min} \quad (19)$$

Или по формуле [Железняков, 1976; Гидротехнические сооружения, 1983]

$$\kappa = \frac{2\sqrt{\lambda}}{\sqrt{g} + \sqrt{\lambda}} + 0,3 \quad (20)$$

$$\kappa = \frac{\kappa_{\max} \sqrt{i} + \kappa_{\min} \sqrt{Fr}}{\sqrt{i} + \sqrt{Fr}}, \quad (21)$$

где $Fr = \frac{V^2}{gh}$ – число Фруда на вертикали.

По данным литературных источников разброс численных значений параметра Т. Кармана варьируется в следующих пределах:

[Железняков, 1976] $\kappa_{\min} = 0,3; \quad \kappa_{\max} = 2,3;$

[Барышников, Попов, 1988] $\kappa_{\min} = 0,26; \quad \kappa_{\max} = 0,54;$

[Одишария, Точигин, 1998] $\kappa_{\min} = 0,1; \quad \kappa_{\max} = 0,4.$

Таким образом, максимальный разброс по различным литературным данным составляет $\kappa_{\min} = 0,1; \quad \kappa_{\max} = 2,3.$

Исходя из таблицы 2 можно сделать вывод, что зависимости, приведенные в [Железняков, 1976; Гидротехнические сооружения, 1983], могут быть использованы только для оценки параметра T . Кармана на основе серии измерений на конкретном участке.

Таблица 2. Оценка величины параметра T . Кармана по различным литературным источникам

Table 2. The estimate of von Karman constant on various sources

данные	зависимость	(19)	(20)	(21)
	$\kappa_{\min} = 0,3; \kappa_{\max} = 2,3$ [Железняков, 1976]	0,37	0,33	0,37
	$\kappa_{\min} = 0,26; \kappa_{\max} = 0,54$ [Барышников, Попов, 1988]	0,27	0,29	0,27
	$\kappa_{\min} = 0,1; \kappa_{\max} = 0,4$ [Одишария, Точигин, 1998]	0,11	0,13	0,11
	Обобщенные данные $\kappa_{\min} = 0,1; \kappa_{\max} = 2,3$	0,15	0,10	0,15

Оценка значения κ на основании сопротивлений движению потока воды

Поскольку коэффициент гидравлического сопротивления связан с распределением скоростей в потоке [Jiménez et al., 2010], то вполне естественно предположить его функциональную связь с коэффициентом турбулентного обмена и параметром T . Кармана.

Коэффициент турбулентного обмена (вязкости) A на глубине y в различных литературных источниках предлагается оценивать по следующим формулам:

[Барышников, Попов, 1988; Гришанин, 1969]

$$A = \kappa \cdot V_* \cdot y \rho \quad (22)$$

[Лаптев, Фарахов, 2012]

$$A = \kappa \cdot V_{cp} \cdot y \rho \sqrt{\frac{\lambda}{2}} \quad (23)$$

[Лаптев, Фарахов, 2012]

$$A = 3,75 \cdot V_{cp} \cdot y \rho \lambda \quad (24)$$

Коэффициенты при зависимостях (23) и (24) пересчитаны для случая движения плоского равномерного потока в [Виноградов и др., 2019].

$$A = \frac{15 \cdot V_*^4 \rho \cdot y}{V_{cp}^3 \lambda} \quad (25)$$

где λ – коэффициент гидравлического трения;
 ρ – плотность жидкости, 1000 кг/м³.

При сравнении формул (23) и (24) получаем:

$$A = \kappa \cdot V \cdot y \rho \sqrt{\lambda/2} = 3,75 \cdot V \cdot y \rho \lambda$$

$$\kappa \sqrt{\lambda/2} = 3,75 \lambda$$

Отсюда $\lambda = \frac{1}{2} \left(\frac{\kappa}{3,75} \right)^2 = 0,03556 \kappa^2$, следовательно

$$\kappa = \sqrt{\frac{\lambda}{0,03556}} \quad (26)$$

Из зависимостей (22) и (24): $A = \kappa \cdot V_* \cdot y \rho = 3,75 \cdot V \cdot y \rho \lambda$

$$\kappa = \frac{3,75 V \lambda}{V_*} \quad (27)$$

И, наконец, из формул (22) и (25) получаем $A = \kappa \cdot V_* \cdot y \rho = \frac{15 \cdot V_*^4 \cdot y \rho}{V^3 \lambda}$

$$\kappa = \frac{15 V_*^3}{V^3 \lambda} \quad (28)$$

Для расчета λ использовалась формула А.П. Зегжды, как дающая осредненное значение коэффициента гидравлического трения [Виноградов и др., 2019]:

$$\lambda = \frac{1}{\left(4 \lg \frac{h}{\Delta} + 4,25 \right)^2} \quad (29)$$

Проведем сравнительные расчеты коэффициента гидравлического трения при принятых $t = 10^0\text{C}$, $\mu = 0,0013 \text{ кг/м}\cdot\text{с}$; $\nu = 0,0000013 \text{ м}^2/\text{с}^2$ [Гришанин, 1969]. Результаты расчетов коэффициента гидравлического трения λ представлены в таблице 3.

Таблица 3. Расчет величины параметра Т. Кармана для несвязных грунтов по формулам (26)-(31)
Table 3. Calculation of von Karman's constant for incoherent soils by formulas (26) - (31)

$d, \text{ мм}$	2	1	0,5	0,2	0,1
λ	0,0029	0,0026	0,0023	0,0020	0,0018
$\kappa(26)$	0,29	0,27	0,25	0,24	0,22
$\kappa(27)$	0,29	0,26	0,23	0,20	0,18
$\kappa(28)$	0,21	0,24	0,27	0,31	0,34
$\tau \frac{\kappa^2}{\text{м}\cdot\text{с}^2}$	0,36	0,32	0,28	0,25	0,22
$\kappa(31)$	0,27	0,29	0,30	0,33	0,34

Второй вариант расчета параметра Т. Кармана [Гришанин, 1969]:

$$\frac{dV_y}{dy} = \frac{1}{\kappa} \frac{V_*}{y} \quad (30)$$

$$\frac{dV_y}{dy} = \frac{\tau}{\mu} \quad \frac{\tau}{\mu} = \frac{1}{\kappa} \frac{V_*}{y} \Rightarrow$$

$$\kappa = \frac{\mu \cdot V_*}{y \cdot \tau} \quad (31)$$

где V_y – скорость потока на глубине y .

Величина касательного напряжения для турбулентного потока τ , оценивалась по зависимости [Барышников, Попов, 1988]:

$$\tau \approx \rho \lambda \frac{V_y^2}{2} \quad (32)$$

² Методические рекомендации по расчету местного размыва у опор мостов. 2-е изд. М.: Союздорнии, 1988.

Как видно из таблицы 4 параметр T . Кармана меняется от 0,26 до 0,32 в зависимости от применяемого подхода и используемой формулы.

Таблица 4. Расчет параметра T . Кармана по различным подходам

Table 4. Calculation of von Karman's constant by various approaches

зависимость	5*	5**	26	27	28	31	среднее
значение κ	0,32	0,30	0,27	0,26	0,30	0,29	0,28

Изменения значений параметра T . Кармана κ по глубине, исходя из зависимостей (5*), (28) и (30) продемонстрированы в таблице 5. Для расчета приняты следующие значения: динамическая скорость $V_* = 0,019$ м/с; средняя скорость потока на глубине $y=0,4h$ $V_{cp}=0,53$ м/с; максимальная скорость потока $V_{max}=0,577$ м/с, скорость потока на высоте выступов шероховатости принята равной 0,163 м/с.

Среднее значение κ по зависимости (5*), исходя из данных таблицы 5, равно 0,32, что близко к значению, полученному из измерения скоростей.

Таблица 5. Изменение параметра T . Кармана в зависимости от глубины потока

Table 5. Change of von Karman constant depending on the depth of the stream

y	V	κ (5*)	κ (28)	κ (31)
0,00067	0,163	0,409	9,137	9,110
0,5	0,469	0,404	0,384	0,384
2	0,533	0,394	0,261	0,262
2,5	0,543	0,389	0,247	0,247
4	0,565	0,349	0,219	0,220
4,9995	0,575	0,001	0,208	0,208
Среднее		0,324	0,264* (1,74)	0,264* (1,74)

* Расчетное значение параметра T . Кармана на границе выступов шероховатости из расчета среднего исключено.

Обоснование исключения из рассмотрения значение параметра T . Кармана на границе выступов шероховатости. Данный подход связан с тем, что при $y \rightarrow \delta$, режим приближается к ламинарному и κ становится большим 1. Данный тезис можно проиллюстрировать, например, проведя расчет значения κ по формуле (10), результаты которого представлены в таблице 6.

Таблица 6. Расчетные значения параметра Т. Кармана на высоте верхней границы пограничного слоя

Table 6. The calculated values of von Karman constant at the upper of the boundary layer

V_{cp} , м/с	0,1	0,5	1	2
V_* , м/с	0,004	0,019	0,038	0,077
y , м	0,001287	0,000257	0,000129	0,000064
V_{max} , (15), м/с	0,11	0,55	1,12	2,24
κ (10)	3,31	3,41	3,35	3,61

Выводы

1. Считается, что параметр Т. Кармана является фундаментальным в широком смысле слова³; или, как минимум, универсальным и не зависящим от числа Рейнольдса [Akinlade, Bergstrom, 2007]. Нами, на основании изложенного подхода в разделе 2 показано, что κ является функцией коэффициента турбулентного обмена (вязкости) A . Исходя из формул (22-25), параметр A описывается линейной зависимостью по глубине y . Следовательно, параметр Т. Кармана опосредованно является функцией от глубины потока.

2. Результаты расчетов по зависимостям (28) и (31) практически идентичны. Исходя из данных [Дейли, Харлеман, 1971], в придонной части значения параметра Т. Кармана максимальны.

3. Изменения значений максимальной скорости при варьировании $0,27 \leq \kappa \leq 0,38$ по формулам (5-12) не превышают 3% для скоростей потока <1 м/с, что укладывается в погрешность измерений скорости вертушкой. Следовательно, практически оценить значение параметра Т. Кармана для равнинных рек даже при множественных измерениях стандартным гидрометрическим оборудованием невозможно.

Литература

Барышников Н.Б., Попов И.В. Динамика русловых потоков и русловые процессы. Л.: Гидрометеиздат, 1988. 454 с.

References

Akinlade O.G., Bergstrom D.J. Effect of surface roughness on the coefficients of a power law for the mean velocity in a turbulent boundary layer. *Journal*

³ Сабденов К.О., Ерзада М. Постоянная Кармана – фундаментальная? [Электронный ресурс] URL: <http://www.enu.kz/ru/info/novosti-enu/29405/> (дата обращения: 15.07.2019)

- Большаков В.А., Константинов Ю.М., Попов В.Н. Справочник по гидравлике. К.: Вища школа, 1977. 280 с.
- Виноградов А.Ю., Кадацкая М.М., Бирман А.Р., Виноградова Т.А., Обязов В.А., Кацадзе В.А., Угрюмов С.А., Бачериков И.В., Коваленко Т.В., Хвалев С.В., Парфенов Е.А. Расчёт неразмывающих скоростей водного потока на высоте верхней границы пограничного слоя // Resources and Technology. 2019. Т. 16. № 3. С. 44-61. DOI: [10.15393/j2.art.2019.4782](https://doi.org/10.15393/j2.art.2019.4782)
- Гольдшттик М.А., Кутателадзе С.С. Вычисление константы пристенной турбулентности // Доклады академии наук СССР. 1969. Т. 185. № 3. С. 535-537.
- Гришанин К.В. Динамика русловых потоков. Л.: Гидрометеоздат, 1969. 428 с.
- Дейли Дж., Харлеман Д. Механика жидкости / Пер. с англ. под ред. О.Ф. Васильева. М.: Энергия, 1971. 480 с.
- Железняков Г.В. Пропускная способность русел каналов и рек. Л.: Гидрометеоздат, 1981. 308 с.
- Железняков Г.В. Теория гидрометрии / 2-е изд. Л.: Гидрометеоздат, 1976. 344 с.
- of Turbulence. 2007. V. 8. Art. N18. DOI: [10.1080/14685240701317245](https://doi.org/10.1080/14685240701317245)
- Baryshnikov N.B., Popov I.V. *Dinamika ruslovykh potokov i ruslovyye protsessy [The dynamics of channel flows and channel processes]*. Leningrad, Publ. Gidrometeoizdat, 1988. 454 p. (In Russian).
- Bol'shakov V.A., Konstantinov Yu.M., Popov V.N. *Spravochnik po gidravlike [Handbook of hydraulics]*. Kiev, Publ. Vishcha shkola, 1977. 280 p. (In Russian).
- Daily J.W., Harleman D.R.F. *Fluid dynamics*. Addison Wesley, Reading, Mass., 454 p. (Russ. ed.: Deili Dzh., Kharleman D. *Mekhanika zhidkosti*. Moscow, Publ. Energiya, 1971. 480 p.)
- Gidrotekhnicheskie sooruzheniya [Waterworks]*. Moscow, Publ. Stroiizdat, 1983. 543 p. (In Russian).
- Gol'dshtik M.A., Kutateladze S.S. Vychislenie konstanty pristennoi turbulentnosti [Calculation of the constant wall turbulence]. *Doklady akademii nauk SSSR [Reports of the USSR Academy of Sciences]*, 1969, t. 185, no 3, pp. 535-537. (In Russian).
- Grishanin K.V. *Dinamika ruslovykh potokov [The dynamics of channel flows]*. Leningrad, Publ. Gidrometeoizdat, 1969. 428 p. (In Russian).
- Hall C.W. *Laws and Models: Science, Engineering and Technology*. Boca Raton: CRC Press LLC, 2000. 535 p.
- Jiménez J., Hoyas S., Simens M.P., Mizuno Y. Turbulent boundary layers and channels at moderate Reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics*. 2010. V. 657. P. 335-360. DOI: [10.1017/S0022112010001370](https://doi.org/10.1017/S0022112010001370)

Лаптев А.Г., Фарахов Т.М. Математические модели и расчет гидродинамических характеристик пограничного слоя [Электронный ресурс] // Научный журнал КубГАУ. 2012. №82(08). URL: <http://ej.kubagro.ru/2012/08/pdf/52.pdf> (дата обращения: 13.04.2019)

Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика: в 2 т. Т. 1. Механика турбулентности. М.: Наука, 1965. 639 с.

Гидротехнические сооружения / Под общ. ред. В.П. Недрига. М.: Стройиздат, 1983. 543 с.

Одишария Г.Э., Точигин А.А. Прикладная гидродинамика газожидкостных смесей. М.: Всерос. НИИ природ. газов и газовых технологий; Иваново: Иванов. гос. энергет. ун-т, 1998. 397 с.

Скребков Г.П., Федоров Н.А. Интегральная и локальная величины коэффициентов турбулентного профиля скорости // Вестник МГСУ. 2013. №4. С. 201-208. DOI: [10.22227/1997-0935.2013.4.201-208](https://doi.org/10.22227/1997-0935.2013.4.201-208)

Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя / Пер. с нем. Г.А. Вольперта; под ред. Л.Г. Лойцянского. М.: Наука, 1974. 713 с.

Laptev A.G., Farakhov T.M. Matematicheskie modeli i raschet gidrodinamicheskikh kharakteristik pogrannichnogo sloya [Mathematical models and calculation of the hydrodynamic characteristics of a boundary layer]. *Nauchnyi zhurnal KubGAU [Scientific Journal of KubSAU]*, 2012, iss. 82, pp. 704-738. Available at: <http://ej.kubagro.ru/2012/08/pdf/52.pdf>. (In Russian; abstract in English).

Monin A.S., Yaglom A.M. *Statisticheskaya gidromekhanika: v 2 t. T. 1. Mekhanika turbulentnosti [Statistical fluid mechanics: in 2 vol. Vol. 1. The mechanics of turbulence]*. Moscow, Publ. Nauka, 1965. 639 p. (In Russian).

Odishariya G.E., Tochigin A.A. *Prikladnaya gidrodinamika gazozhidkostnykh smesei [Applied hydrodynamics of gas-liquid mixtures]*. Moscow: Publ. VNIIGAZ, 1998. 398 p. (In Russian)

Schlichting H. *Grenzschicht-Theorie*. Karlsruhe, G. Braun Verlag, 1965. 736 p. (Russ. ed.: Shlikhting G. *Teoriya pogrannichnogo sloya*. Moscow, Publ. Nauka, 1974. 713 p.)

Shterenlikht D.V. *Gidravlika: uchebnik dlya vuzov [Hydraulics: a textbook for high schools]*. Moscow, Publ. Energoatomizdat, 1984. 640 p.

Skrebkov G.P., Fedorov N.A. Integral'naya i lokal'naya velichiny koeffitsientov turbulentnogo profilya skorosti [Local and integral values of coefficients of the turbulent velocity profile]. *Vestnik MGSU*, 2013, vol. 8, iss. 4, pp. 201-208. (In Russian; abstract in English). DOI: [10.22227/1997-0935.2013.4.201-208](https://doi.org/10.22227/1997-0935.2013.4.201-208).

Штеренлихт Д.В. Гидравлика: учебник для вузов. М.: Энергоатомиздат, 1984. 640 с.

Akinlade O.G., Bergstrom D.J. Effect of surface roughness on the coefficients of a power law for the mean velocity in a turbulent boundary layer // *Journal of Turbulence*. 2007. V. 8. Art. N18. DOI: [10.1080/14685240701317245](https://doi.org/10.1080/14685240701317245)

Hall C.W. Laws and Models: Science, Engineering and Technology. Boca Raton: CRC Press LLC, 2000. 535 p.

Jiménez J., Hoyas S., Simens M.P., Mizuno Y. Turbulent boundary layers and channels at moderate Reynolds numbers // *Journal of Fluid Mechanics*. 2010. V. 657. P. 335-360. DOI: [10.1017/S0022112010001370](https://doi.org/10.1017/S0022112010001370)

Vinogradov A.Yu., Kadatskaya M.M., Birman A.R., Vinogradova T.A., Obyazov V.A., Katsadze V.A., Ugryumov S.A., Bacherikov I.V., Kovalenko T.V., Khvalev S.V., Parfenov E.A. Raschet nerazmyvayushchikh skorostei vodnogo potoka na vysote verkhnei granitsy pogranichnogo sloya [Calculation of non-eroding water flow velocities at the height of the upper boundary layer]. *Resources and Technology*, 2019, vol. 16, no. 3, pp. 44-61. (In Russian; abstract in English). DOI: [10.15393/j2.art.2019.4782](https://doi.org/10.15393/j2.art.2019.4782).

Zheleznyakov G.V. Propusknaya sposobnost' rusel kanalov i rek [Bandwidth of channels of channels and rivers]. Leningrad, Publ. Gidrometeoizdat, 1981. 308 p. (In Russian).

Zheleznyakov G.V. Teoriya gidrometrii [Theory of Hydrometry]. Leningrad, Publ. Gidrometeoizdat, 1976. 344 p. (In Russian).