

УДК 556.06:556.166

DOI: 10.34753/HS.2019.1.3.004

ВОЗМОЖНОСТИ ДОЛГОСРОЧНОГО ПРОГНОЗА ПРИТОКА ВОДЫ В БУРЕЙСКОЕ ВОДОХРАНИЛИЩЕ **POSSIBILITIES OF THE LONG-RANGE INFLOW FORECAST TO THE BUREYSKAYA RESERVOIR**Б.И. Гарцман^{1,2}, О.В. Соколов^{2,3}, С.Ю. Лупаков^{1,2}Boris I.Gartsman^{1,2}, Oleg V. Sokolov^{2,3},
Sergei Yu. Lupakov^{1,2}¹*Институт водных проблем РАН,**г. Москва, Россия;*²*Тихоокеанский институт географии ДВО**РАН, г. Владивосток, Россия;*³*ФГБУ «Приморское УГМС»,**г. Владивосток, Россия*

gartsman@inbox.ru

¹*Water Problems Institute, RAS, Moscow,**Russia; ²Pacific Geographical Institute,**FEB RAS, Vladivostok, Russia; ³Primor-**skoe Administration for Hydrometeorol-**ogy and Environmental Monitoring, Vla-**divostok, Russia*

gartsman@inbox.ru

Аннотация. Представлены основные результаты разработки метода долгосрочного прогноза притока в Бурейское водохранилище, направленного на получение прогнозов в вероятностной форме с заблаговременностью порядка месяц-квартал.

Учитывая особенности увлажнения и экстремального стокоформирования территории как в пространственном, так и временном масштабе, в работе преимущественное внимание уделяется теплому периоду года (июнь-сентябрь). В процессе исследования рассматривалась как схема динамико-стохастического моделирования, основанная на работе детерминированной гидрологической модели с ансамблем метеорологических характеристик на входе, генерируемым стохастической моделью погоды, так и прогноз

Abstract. Development of the long-range inflow forecast system to the Bureyskaya reservoir, carried out in 2008-2010 at the request of the RusHydro Company, is presented. Estimations were performed based on terms of statistical probabilities with about month-quarter lead-time. Considering features of extreme flow formation processes and wetness of territory, the focus was warm period (June-September), which is known for its heavy rainfall events.

During the investigations there were examined the dynamic-stochastic approach, based on the deterministic hydrological model with using of meteorological characteristics ensemble by weather generator

притока к водохранилищу в виде кривой обеспеченности, основанный на многомерном вероятностном моделировании. Работа включала два этапа: разработка метода статистического прогноза осадков и температуры заблаговременностью от 1 до 6 месяцев, а также разработка метода вероятностного прогноза притока за месяц-квартал на основе ожидаемых значений атмосферных осадков и температуры воздуха.

Предварительное тестирование метода на основе многолетних данных показало, что оправдываемость прогноза притока к водохранилищу составила порядка 90%, а среднее абсолютное отклонение ожидаемого значения притока от фактического 23-28% от нормы.

На основе предложенного метода, в отдельные годы был дан прогноз сумм осадков и притока воды к водохранилищу в оперативном режиме. При сравнении фактических данных и спрогнозированных, был сделан вывод, что качество работы прогностической схемы удовлетворительное. Оправдываемость средних по бассейну осадков составила 75-80%. Спрогнозированный приток за отдельные периоды в 2009 и 2010 гг. оценен как достаточно близкий к фактическому.

Ключевые слова: динамико-стохастическое моделирование; многомерное вероятностное моделирование; аналоговый метод; Буряя; прогноз осадков; прогноз притока

as input, and inflow forecast to the reservoir in terms of probability curve based on multidimensional stochastic modeling. The project included two main stages: development of precipitation and temperature forecast method with month-six months lead-time; development of inflow probabilistic forecast method with month-quarter lead-time based on expected values of precipitation and temperature.

Methods pretesting demonstrated reasonable inflow forecast reliability (about 90%), mean absolute deviation of expected inflow volume from observed is 23-28% relative to mean value. Driven by the developed framework, it was forecasted precipitation sums and reservoir inflow at the individual seasons. By comparing of measured and forecasted values, it was made a conclusion, that accuracy of the forecast scheme is satisfactory. The mean values of the precipitation forecast reliability is 75-80%. Forecasted reservoir inflow in 2009 and 2010 is assessed as close to a measured one.

Keywords: dynamic-stochastic modeling; multidimensional stochastic modeling; analog method; Bureya; precipitation forecast; inflow forecast

Введение

Очевидно, что при управлении крупными водохозяйственными системами должны использоваться прогнозы притока воды различной заблаговременности – от нескольких суток до нескольких месяцев, причем экономическая эффективность прогноза быстро возрастает по мере увеличения его заблаговременности. Крупные водохранилища сезонного регулирования особенно нуждаются в прогнозах месячного и квартального притока максимальной заблаговременности, что необходимо не только для обеспечения безопасности эксплуатации сооружений ГЭС, но и для достижения максимальной его эффективности. Как упоминалось нами ранее [Гарцман и др., 2009], предельно возможный эффект точного прогнозирования выражается выработкой дополнительной электроэнергии порядка 10-15% от ее количества при ориентировке на норму. Кроме этого, положительный эффект прогнозов проявляется в снижении вероятности аварийных ситуаций и ущербов от них, усовершенствовании планирования работы ГЭС, в том числе – возможность планирования конъюнктуры рынка.

Особенностями предлагаемого в статье метода является, во-первых, использование «экстенсивного» алгоритма стохастического прогнозирования. Такой алгоритм позволил выполнить полный перебор всех доступных предикторов (предсказателей) с опробованием максимального количества отдельных прогностических методик. В результате отбирались прогнозы, признанные наиболее эффективными, на основании которых давался итоговый комплексный прогноз. Во-вторых, в процессе исследований корректировалась схема динамико-стохастического моделирования. Было выявлено, что использование детерминированной модели стока в сочетании со стохастической моделью погоды требует значительных усилий и ресурсов, но для их эффективного применения результаты долгосрочного прогнозирования осадков и температуры пока недостаточно точны и надежны. Поэтому для построения вероятностного прогноза использованы упрощенные подходы – аналоговый и группового моделирования.

Материалы и методы

Долгосрочный прогноз элементов погоды

Для прогноза суммы осадков и средней температуры воздуха за месяц на метеостанциях использовался математический аппарат множественной линейной регрессии [Дрейпер, Смит, 1986] и регрессионной нейронной сети [Медведев, Потемкин, 2002]. Множественная линейная регрессия и корреляционный анализ достаточно широко

используется в практике гидрометеорологических прогнозов¹ [Свинухов, 1977], в то время как использование нейронной сети явилось инновацией. Прогностический сдвиг по времени (разница между месяцем, в конце которого дается прогноз, и прогнозируемым месяцем) составил от 1 до 12 месяцев. Для краткости, будем далее называть этот сдвиг заблаговременностью прогноза. Кроме месячных сумм осадков испытывался прогноз сумм осадков по синоптическим сезонам: декабрь-январь, февраль-март, апрель-май, июнь-июль, август-сентябрь, октябрь-ноябрь.

Автоматизированная технология прогноза для отдельной станции и месяца генерирует несколько прогностических величин, которые отличаются используемым математическим аппаратом, способом отбора предикторов и способом формирования независимой выборки. При этом каждое прогностическое значение имеет свою оценку, полученную на независимой выборке. Для принятия решения о единственном значении прогнозируемой величины используются правила комплексирования прогнозов, при этом прогнозы объединяются во средневзвешенный прогноз с весами, которыми являются оценки качества частных прогнозов.

Прогнозируемыми величинами (предиктантами) в данном исследовании являлись суммы осадков и температуры на пяти станциях: Малиновка, Софийский Прииск, Сутур, Чекунда, Урми. Этот выбор определялся наличием архивов данных и длиной ряда наблюдений. Для всех пяти станций имелись ряды наблюдений с 1950 по 2009 год. Для поддержания базы данных в актуальном состоянии была разработана технология оперативного пополнения - данные о месячных суммах осадков и среднемесячных температурах поступают в базу с 5-го по 15-е число месяца, следующего за месяцем наблюдений.

В качестве независимых величин (предикторов) в данном исследовании использовались следующие группы гидрометеорологических параметров:

- данные наблюдений за температурой воздуха и осадками наземных метеопунктов;
- данные, производные от архивов повторного анализа (реанализа) центров NCEP/NCAR² [Kalnay E. et al., 1996] и являющиеся различными индексами, характеризующими параметры общей циркуляции атмосферы во втором естественно-синоптическом районе (рисунок 1), временные коэффициенты разложения

¹ Руководство по месячным прогнозам погоды. Л.: Гидрометеоздат, 1972. 365 с.

² NCEP/NCAR Reanalysis Project – CDAS. [Электронный ресурс]. URL: <https://www.cpc.ncep.noaa.gov/products/wesley/reanalysis.html> (дата обращения 11.12.2019)

гидрометеорологических полей по естественным ортогональным функциям (далее – ЕОФ) [Груза, 1969; Мещерская и др., 1970; Груза, 1977; Соколов, Друзь, 2005];

– климатические индексы, характеризующие крупномасштабные особенности состояния системы океан-атмосфера и широко используемые в гидрометеорологическом научном сообществе³ [Картвелишвили, 1975; Barnston, Livezey, 1987];

– временные коэффициенты ЕОФ-разложения средних месячных полей температуры поверхности воды северной части Тихого океана на основе архивов региональной базы данных реального времени проекта NearGOOS Японского Метеорологического Агентства⁴ [Ishii et al., 2005].

Кроме этого, привлекались дополнительные предикторы, которые вычислялись как средние величины по глобальным полям геопотенциала 1000 и 500 гПа, разбитым на географические трапеции со стороной 20 градусов (рисунок 1).

Для сравнения и комплексирования прогнозов использованы рекомендации Наставлений по службе прогнозов⁵, главная из которых P – оправдываемость прогноза (%) по классам норма, выше нормы и ниже нормы.

В результате многочисленных модельных экспериментов были разработаны определенные требования к системе долгосрочного прогноза: адаптивность прогностического метода, то есть использование данных наиболее близко расположенных к моменту прогноза при формировании прогностических уравнений/моделей; расчет оценок качества комплексного метода прогноза на независимой выборке; минимизация возможности отсутствия прогноза на отдельные месяцы для отдельных станций.

Реализация прогностического алгоритма выполняется на основе разработанного ранее подхода [Соколов, Друзь, 2005] в виде программного комплекса ПРОГНОЗ_2009, структура которого отражена на рисунке 2. Исходные данные комплекса, его параметры и результаты расчетов хранятся в специализированных базах данных СУБД MS SQL Server. Тексты программ написаны с использованием языков MS C#, Java (Sun). Построение уравнений множественной регрессии и обучение регрессионной нейронной сети осуществляется программными средствами комплекса MATLAB. Анализ результатов проводится с

³ Климатические индексы: атмосферные и океанические временные серии. Лаборатория изучения Земли, департамент Физических наук, NOAA, USA. [Электронный ресурс]. URL: <https://www.esrl.noaa.gov/psd/data/climateindices/list/> (дата обращения 16.12.2019)

⁴ Региональная база данных реального времени (Regional Real Time Data Base) проекта NearGOOS, JMA (Японское Метеорологическое Агентство). [Электронный ресурс]. URL: <https://ds.data.jma.go.jp/gmd/goos/data/rrtdb/jma-pro.html> (дата обращения 22.11.2019)

⁵ Наставление по службе прогнозов: в 3 разделах. Раздел 2. Служба метеорологических прогнозов: в 7 ч. Часть 6. М.: Гидрометеоздат, 1986. 27 с.

использованием MS Excel, в том числе его возможностей динамического доступа к данным СУБД и построения сводных таблиц и диаграмм.

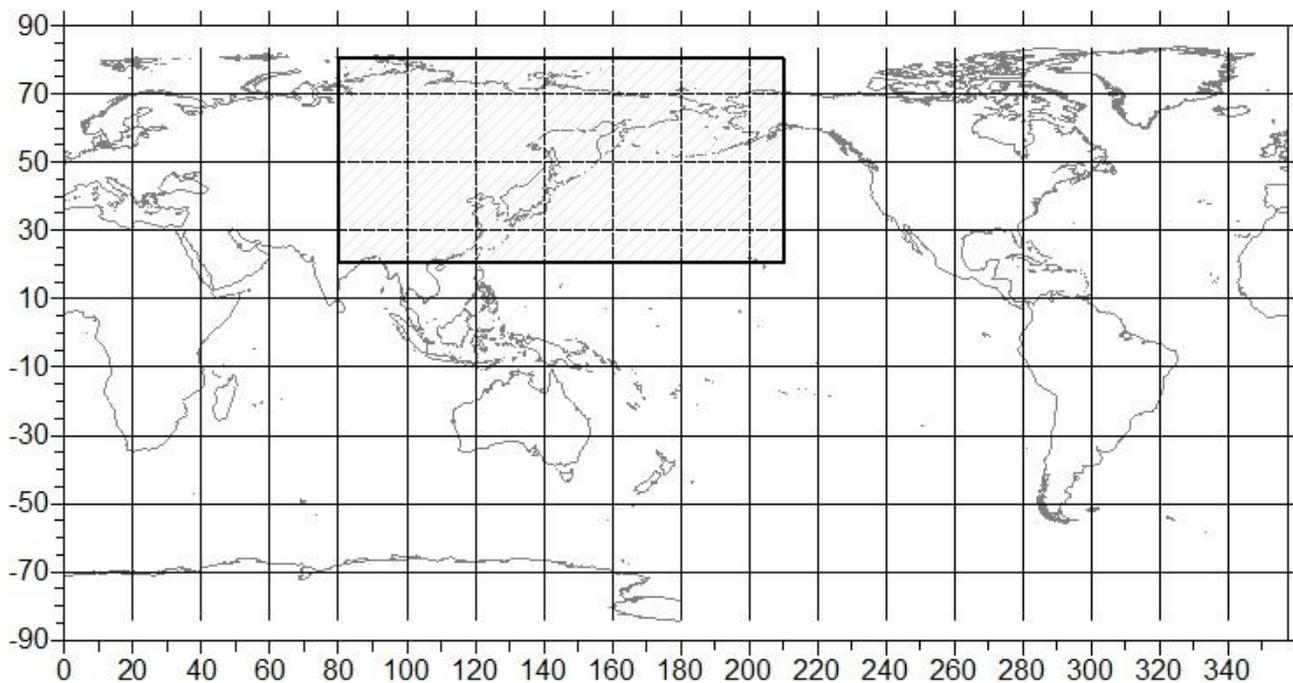


Рисунок 1. Расположение второго естественно-синоптического района (выделен рамкой) в глобальной сетке географических трапеций со стороной 20 градусов

Figure 1. Location of the second natural synoptic region (frame) in the global grid of geographical trapezoids with 20 degrees side resolution

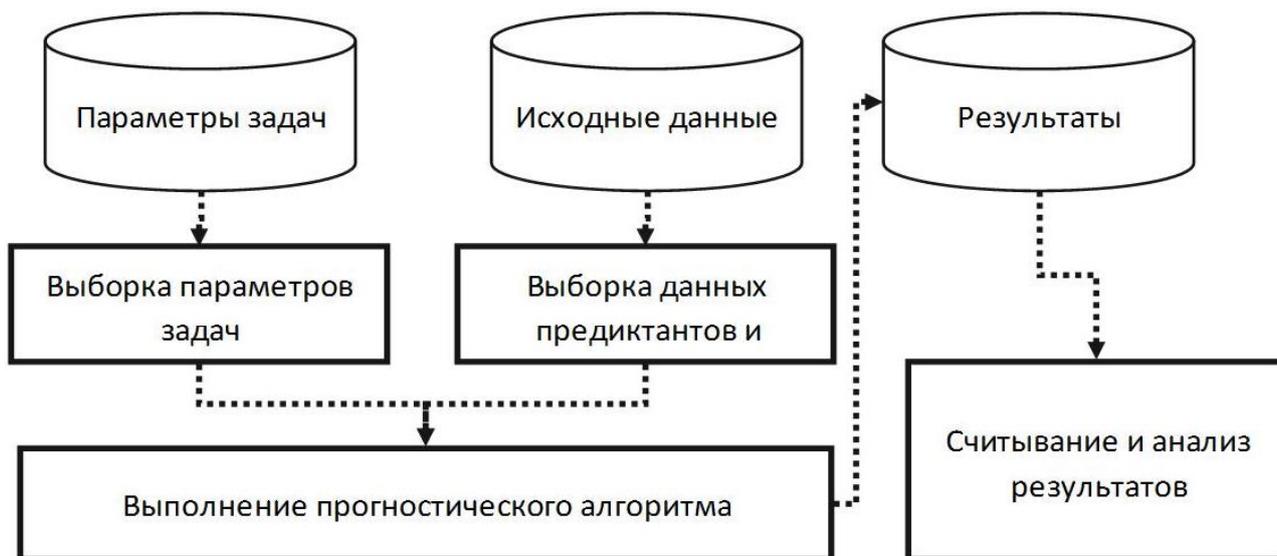


Рисунок 2. Функциональная блок-схема программного комплекса ПРОГНОЗ_2009

Figure 2. Functional structure of the software package PROGNOZ_2009

При выполнении авторских испытаний комплекса для периода с 1950 по 2008 год сравнивались варианты прогнозного алгоритма, отличающиеся способом отбора предикторов для частных прогнозов, а также полнотой, критериями и последовательностью включения частных прогнозов в результирующий комплексный прогноз.

Отбор предикторов осуществлялся с использованием линейных корреляционных связей между предикторами и предиктантами. При этом накладывались рациональные ограничения на величину коэффициента корреляции и количество предикторов в уравнении линейной регрессии или в нейронной сети, в результате чего количество независимых переменных в отдельном уравнении не превышало семи. Большое (порядка 1000) количество предикторов и использование различных сдвигов по времени дают возможность построения нескольких уравнений с различными предикторами для одного варианта прогнозного алгоритма. Такие уравнения названы *частными* для каждого варианта, а прогностические значения, полученные с их использованием — *частными прогнозами*. Построение уравнений выполнялось по *зависимой выборке* данных – архивным данным за длительный ряд предшествующих лет. Длина зависимой выборки составляла от 37 до 47 лет (с 1950 по 1996 год). Две *независимые выборки*, используемые для оценки качества частных и комплексного прогнозов, формировались из данных последних (около 20) лет наблюдений.

Следующим этапом алгоритма являлась оценка частных прогнозов, выполняемая на первой независимой выборке. На основе полученных оценок проводился отбор частных прогнозов для последующего комплексирования. Критериями отбора были оправдываемость частного прогноза P (%) и отношение остаточной дисперсии прогноза к дисперсии исходного ряда. Комплексный прогноз по отдельной станции на отдельный месяц вычислялся как средневзвешенная (по остаточной дисперсии) величина частных прогнозов. Оценка комплексного прогноза выполнялась по второй независимой выборке, на основании чего и производился сравнительный анализ комплексных прогностических алгоритмов.

Всего тестировались 45 различных вариантов комплексных задач. В результате предварительного анализа, на основании сформулированных выше принципов, были отобраны четыре наиболее перспективных варианта, описанные в таблице 1 под условными номерами 0, 4, 6, 8. Эти варианты дают наибольшую вероятность получения прогноза (80-90%) для каждого месяца и каждой станции, и при этом обеспечивают максимальную оправдываемость прогноза.

Таблица 1. Отобранные варианты прогностического алгоритма**Table 1.** Chosen variants of the predictive algorithm

№	Описание
0	Полный вариант задачи: использование методов множественной линейной регрессии и нейронной сети с пересчетом и без пересчета коэффициентов на первой независимой выборке и с учетом и без учета систематической ошибки прогноза.
4	Нейронная сеть без пересчета коэффициентов на первой независимой выборке в двух вариантах: с учетом и без учета систематической ошибки прогноза.
6	Нейронная сеть с пересчетом и без пересчета коэффициентов на первой независимой выборке без учета систематической ошибки прогноза.
8	Метод множественной линейной регрессии без пересчета коэффициентов на первой независимой выборке в двух вариантах: с учетом и без учета систематической ошибки прогноза.

В таблице 2 приводятся сводные данные по оправдываемости прогноза осадков по категориям (норма, выше и ниже нормы). Данные сведены по вариантам прогностического алгоритма, метеорологическим станциям в бассейне Буреи, включенным в сеть международного обмена, и месяцам с мая по сентябрь. В каждом случае метод может либо не дать ни одного прогноза (прочерк), либо дать один или несколько прогнозов различной заблаговременности. В таблице даны средние значения и величины превышения оправдываемости тестируемого метода прогноза над оправдываемостью климатического прогноза, то есть над прогнозированием всегда категории норма.

Средняя оправдываемость прогнозов в бассейне Буреи по месяцам летне-осеннего периода (июнь-сентябрь) составила 72-76%, по отдельным станциям эта характеристика изменялась от 64 до 82%. Максимальная оправдываемость по месяцам летне-осеннего периода составила 75-81%, а по отдельным станциям - 89%. В мае и октябре качество прогнозов ниже. Превышение оправдываемости над климатическим прогнозом в среднем составило 5,5%, среднее из максимальных – 8%. Лучшее качество прогнозирования было достигнуто в июле. Эти оценки получены для комплексного метода в процессе квазиоперативного (имитационного) прогнозирования. Они характеризуют реально достижимый в оперативной практике уровень надежности прогноза. Аналогичные испытания проводились и для прогнозов среднемесячной температуры воздуха.

Таблица 2. Оправдываемость прогнозов по различным вариантам прогностического алгоритма (P_{cp} , %) и ее превышение над оправдываемостью климатического прогноза ($+P$, %)

Table 2. Accuracy of forecast using different versions of predictive algorithm (P_{cp} , %) and its excess over climate forecast reliability ($+P$, %)

Вариант	Месяц										Среднее	
	Май		Июнь		Июль		Август		Сентябрь			
	P_{cp}	$+P$										
Станция Малиновка												
0	65	12	63	12	74	12	80	12	69	12	70	12
4	62	8	61	8	76	8	78	8	67	8	69	8
6	60	6	61	6	74	6	79	6	72	6	69	6
8	62	8	62	8	71	8	82	8	69	8	69	8
Станция Чекунда												
0	-	-	82	-	79	-	76	-	-	-	79	-
4	62	1	81	1	78	1	75	1	-	1	74	1
6	64	5	82	5	80	5	75	5	-	5	75	5
8	65	4	83	4	80	4	76	4	80	4	77	4

Прогноз притока в вероятностной форме

Для оценки возможностей прогноза притока по схеме динамико-стохастического моделирования были выполнены имитационные просчеты с использованием типовой гидрологической модели, разработанной ранее для рек Дальневосточного региона [Гарцман, Губарева, 2007]. Адаптация и использование ее для обеспечения краткосрочными прогнозами Бурейского водохранилища подробно описаны в работе [Гарцман и др., 2009]. По модели рассчитывались объемы сезонного (за июнь-сентябрь) притока к водохранилищу при различных сценариях погоды. В качестве сценариев использовались данные о ежедневных осадках, причем все сезоны были предварительно классифицированы по трем градациям суммы осадков – норма (80-120% среднемноголетнего значения), выше и ниже нормы. Параметры и граничные условия для прогонов модели оценивались в процессе разработки метода краткосрочного прогноза притока в 2007 году.

Для водосбора Буреи строились по три кривые обеспеченности сезонного слоя стока (за июнь-сентябрь): прогнозная при ожидаемых осадках ниже нормы (то есть модельная

кривая, рассчитанная по данным сезонов с осадками ниже нормы); прогнозная при ожидаемых осадках около нормы; прогнозная при ожидаемых осадках выше нормы (рисунок 3). По каждой кривой определялись средние значения сезонного слоя стока и значения обеспеченностью 5 и 95%, то есть определялся интервал значений слоя притока 90% обеспеченности. На графике видно, например, что средние ожидаемые величины притока (обеспеченностью 50%) составляют около 600, 440 и 320 мм для сезонов с большими, средними и малыми осадками соответственно. С другой стороны, обеспеченность слоя притока в 440 мм при осадках около нормы составляет 50%, при больших осадках – около 99%, а при малых – всего около 2,5%.

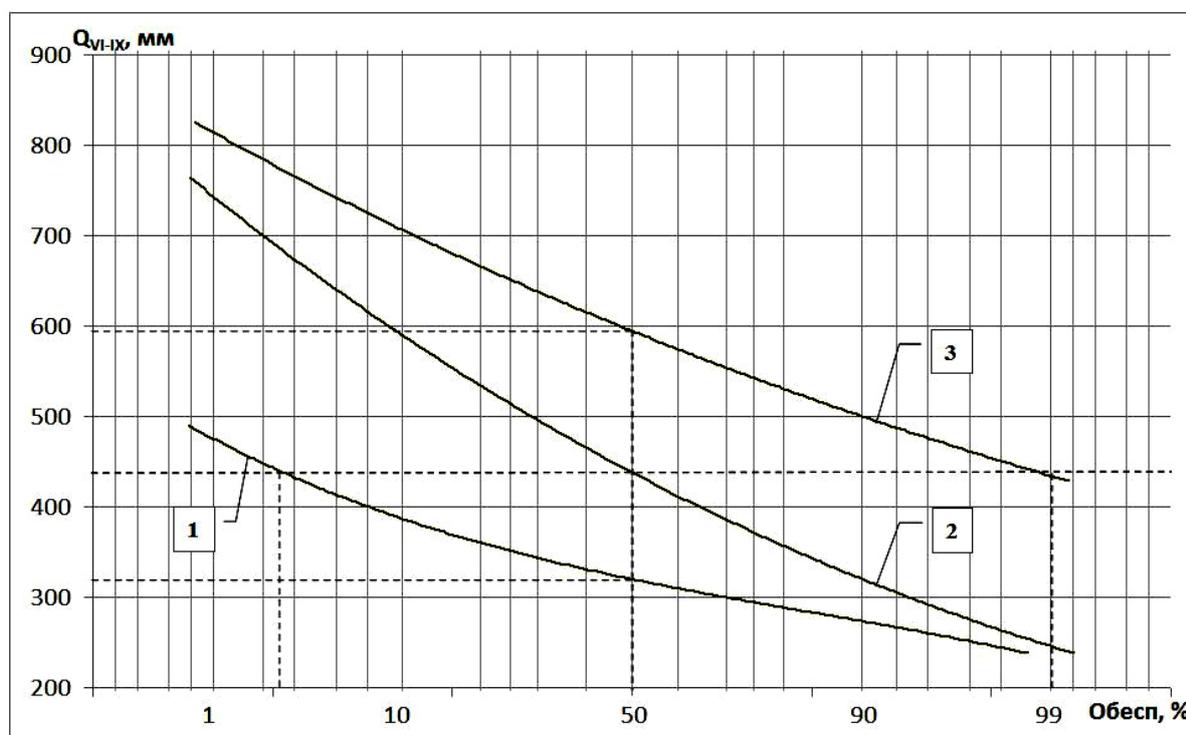


Рисунок 3. Модельные кривые обеспеченности слоя притока к водохранилищу за летне-осенний сезон при осадках ниже нормы (1), норма (2) и выше нормы (3)

Figure 3. Simulated probability curves of runoff depth inflow to the water storage reservoir within aestivo-autumnal period with sum of rainfall lower than mean (1), with mean (2) and higher than mean value (3)

Качество прогноза притока оценивалось путем сравнения рассчитанных по модели 90%-ных интервалов для разных сезонов с полным интервалом данных наблюдений за стоком. Прогностический интервал для сезона с малыми осадками составил 28% от полного интервала, для сезонов со средними и большими осадками – 45 и 46% соответственно. Такое качество

прогноза достигается при 100%-ном прогнозе осадков по градациям. Эти оценки демонстрируют принципиальные возможности схемы динамико-стохастического прогнозирования.

В процессе испытаний выявлена относительно низкая точность количественного долгосрочного прогноза осадков и температуры. Фактически, достаточно надежным по обеим величинам является только прогноз категории – выше нормы, норма и ниже нормы. При такой огрубленной форме исходной метеорологической информации использование полной гидрологической модели с суточным расчетным шагом для получения прогнозных интервалов ожидаемого притока является избыточным. Поэтому в 2009 году разработаны методические основы упрощенного вероятностного прогноза месячного притока с использованием долгосрочного прогноза осадков и температуры на этот месяц.

Общий принцип такого прогноза остается прежним – построение условных кривых обеспеченности при различных ожидаемых значениях месячных сумм осадков и средней температуры воздуха. При уточнении прогноза с заблаговременностью 1 месяц дополнительно учитывается величина фактического притока за предшествующий месяц. Построение условных кривых распределения стока для различных сочетаний факторов по категориям «выше нормы – норма – ниже нормы» выполняется на основе группового вероятностного моделирования, которое в данном случае позволяет наиболее эффективно учесть всю имеющуюся эмпирическую и прогностическую информацию.

Задача моделирования многомерного потока скоррелированных гидрологических событий решается на основании рекомендаций, приведенных в [Картвелишвили, 1975; Виноградов, 1988]. Сначала каждый из исходных ассиметричных скоррелированных гидрологических рядов преобразуется в нормально распределенный ряд применением оптимального функционального преобразования, затем совокупность нормализованных скоррелированных рядов путем замены системы координат преобразуется в систему независимых нормально распределенных случайных величин. На основе результатов этих преобразований возможно, применяя датчик независимых нормально распределенных случайных чисел, путем обратных преобразований, получить моделированные ряды исходных характеристик любой продолжительности.

Пусть заданы N рядов наблюдений \mathbf{v}^i , каждый ряд длительностью по m лет. Предварительно ряды наблюдений центрированы и нормированы на дисперсию

$$(\mathbf{v}^i)^T \cdot \mathbf{v}^i = \sum_{k=1}^m v_k^i v_k^i = 1, \quad (1)$$

где i, k – индексы, которые означают номера ряда и года, соответственно;
 v – данные;
 T – знак транспонирования матрицы.

Будем представлять эти данные в виде матрицы G , где по горизонтали данные упорядочены по номерам рядов, а по вертикали – по годам:

$$G = \begin{bmatrix} - & - & N & - & - \\ | & & & & \\ m & & & & \\ | & & & & \\ | & & & & \end{bmatrix} \quad (2)$$

Ковариационная матрица K , выраженная через матрицу G , будет равна

$$K = GTG = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & m & \cdot & \cdot \\ \cdot & & & & \\ N & & \bullet & m & \\ \cdot & & & & \\ \cdot & & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & N & \cdot & \cdot \\ \cdot & & & & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & N & \cdot & \cdot \\ \cdot & & & & \\ N & & & & \\ \cdot & & & & \\ \cdot & & & & \end{bmatrix} \quad (3)$$

Будем искать линейное преобразование исходных векторов наблюдений v^i в виде матрицы A такое, чтобы преобразованные вектора стали некоррелированными. Преобразованные данные выражаются через исходные следующим образом:

$$G_1 = GA \quad (4)$$

Ищем такую матрицу преобразования A (размером $N*N$), чтобы ковариационная матрица преобразованных рядов была диагональной, или, учитывая выражение для ковариационной матрицы (3)

$$G_1TG_1 = \text{diag}(\lambda_i), \quad (5)$$

где $\text{diag}(\lambda_i)$ – диагональная матрица $N*N$, на главной диагонали которой стоят квадраты дисперсий исходных рядов λ_i .

Учитывая правило транспонирования произведения матриц

$$G_1 T = (GA) T = ATGT, \quad (6)$$

получим

$$ATGTGA = \text{diag}(\lambda_i). \quad (7)$$

Учитывая (3), получим уравнение для матрицы A :

$$ATKA = \text{diag}(\lambda_i). \quad (8)$$

Здесь все матрицы имеют размерность $N \times N$. Это уравнение имеет решение, если матрица A удовлетворяет уравнению на собственные значения матрицы K :

$$K^* A = \text{diag}(\lambda_i) * A. \quad (9)$$

В этом случае числа λ_i являются собственными значениями матрицы K , столбцы матрицы A являются собственными векторами матрицы K , а известно, что собственные вектора симметричной действительной матрицы ортогональны и могут быть нормированы, то есть

$$ATA = I, \quad (10)$$

где I – единичная матрица.

Действительно, предположив, что матрица A удовлетворяет уравнению (10), подставив (9) в (8), получим

$$AT \text{diag}(\lambda_i) * A = \text{diag}(\lambda_i) * ATA = \text{diag}(\lambda_i) * I = \text{diag}(\lambda_i). \quad (11)$$

Таким образом, линейное преобразование A , переводящее исходные вектора к некоррелированному виду, является матрицей, в столбцах которой стоят собственные вектора ковариационной матрицы исходных рядов. При этом исходные ряды должны быть центрированы и нормированы на дисперсию. В преобразованной матрице дисперсия рядов будет равна корню квадратному из соответствующего собственного значения.

В обратном порядке, если требуется моделировать группу рядов с заданной ковариационной матрицей, то нужно найти $G = G_1 A^{-1}$. Для этого необходимо:

- сгенерировать N некоррелированных нормально-распределенных случайных чисел заданной длины реализации, с нулевым средним и дисперсией, равной корню квадратному из соответствующего собственного значения ковариационной матрицы, поместить их в столбцы матрицы G_1 ;

- домножить матрицу G_1 на матрицу, обратную матрице собственных векторов A^{-1} требуемой ковариационной матрицы, получив матрицу G , в столбцах которой стоят попарно-коррелированные нормированные и центрированные модельные ряды;

- произвести денормализацию и дальнейшую обработку получившихся искусственных рядов, приводящую их параметры к параметрам исходных рядов.

Подготовка исходных данных включает в себя вычисление средних по бассейну месячных осадков и температур за каждый год ряда наблюдений. Эти средние значения фактически представляют собой индексы увлажнения и теплообеспеченности бассейна в определенный год и месяц, так как они вычисляются по данным только нескольких станции и содержат в себе значительные погрешности относительно истинных значений.

Затем для каждого месяца теплого периода готовится набор из четырех погодичных рядов синхронных данных: месячных осадков, температуры, расходов и расходов предыдущего месяца. Длина таких рядов в бассейне реки Буреи составляет 64 года. Задачей является получение для каждого месяца набора из четырех модельных рядов тех же параметров большой длительности с сохранением основных статистических свойств исходных рядов – математического ожидания, дисперсии, асимметрии распределений и взаимных корреляций.

Эта задача решалась описанным выше методом группового вероятностного моделирования, заданная длина модельных рядов – 9000 лет. Алгоритм группового вероятностного моделирования реализован с помощью прикладного пакета статистических вычислений MINITAB Release 14. Он основан на стандартных процедурах, имеющихся в большинстве пакетов математических вычислений и табличной обработки данных, в том числе MS Excel.

Для контроля результатов выполнено сравнение математических ожиданий, дисперсий, коэффициентов асимметрии и взаимной корреляции исходных и моделированных рядов месячного притока (пример оценки для июля приведен в таблице 3), а также построенных по ним кривых обеспеченности. Дальнейший анализ включает в себя определение градаций и сочетаний градаций факторов «осадки – температура», разбиение моделированных рядов на соответствующие подвыборки, построение прогнозных кривых

обеспеченности по подвыборкам и ожидаемых средних и интервалов значений притока для каждого месяца при заданном сочетании факторов.

По величине средних месячных осадков члены модельного ряда распределяются по трем подвыборкам – выше нормы, норма и ниже нормы. В категорию норма включаем годы со средними по бассейну с осадками, равными среднему значению плюс-минус 15%. Эта величина определена исходя из рекомендованных границ градаций осадков для отдельных станций (норма плюс-минус 20%⁶). Вычисление средних по бассейну Буреи осадков по данным нескольких станций с учетом их корреляционных связей снижает дисперсию итоговой величины и делает необходимым пропорциональное уменьшение интервала нормы. Число лет, попадающих в подвыборки по градациям осадков приблизительно одинаковое – примерно по 33% в каждой.

Таблица 3. Сравнение параметров наблюдаемых (измер., 64 года) и моделированных (мод., 9000 лет) гидрометеорологических характеристик для июля

Table 3. Comparison of observed (64 years) and simulated (9000 synthetic years) statistical parameters of July's hydrometeorological characteristics

Характеристика	Осадки		Температура		Сток июня		Сток июля	
	Измер.	Мод.	Измер.	Мод.	Измер.	Мод.	Измер.	Мод.
Среднее	139,3	140,8	19,1	19,1	1600	1610	1740	1760
Дисперсия	49,8	50,0	1,1	1,1	672	634	980	935
Асимметрия	0,63	0,48	-0,19	0,01	0,71	0,59	2,17	1,63
Корреляция со стоком июля	0,74	0,72	-0,38	-0,41	0,24	0,22	1,0	1,0

Затем, по величине среднемесячной температуры члены каждой подвыборки разбиваются также по трем категориям – выше нормы, норма и ниже нормы. В категорию норма включаем годы с температурой, равной среднему значению плюс-минус 0,8°C. Границы назначены с учетом приблизительно нормального распределения средних по бассейну температур таким образом, чтобы интеграл плотности вероятности в интервале нормы составлял 0,5. Соответственно, распределение членов каждой из трех первичных подвыборок

⁶ Наставление по службе прогнозов: в 3 разделах. Раздел 2. Служба метеорологических прогнозов: в 7 ч. Часть 6. М.: Гидрометеиздат, 1986. 27 с.

по новым категориям близко к 25, 50 и 25%. Всего получается 9 подвыборок для каждого анализируемого месяца объемом примерно от 100 до 600 членов.

По полученным подвыборкам лет строятся условные эмпирические кривые обеспеченности среднемесячного расхода притока для каждого сочетания категорий факторов «осадки – температура». С кривых обеспеченности снимаются значения квантилей 50% обеспеченности, характеризующие наиболее вероятные ожидаемые значения притока, и обеспеченностью 5 и 95%, характеризующие границы интервала ожидаемых значений с доверительной вероятностью 90%. Форма предоставления результатов расчетов приведены в таблице 4. В ней обозначения q_{ij}^P соответствуют значениям ожидаемых расходов заданной обеспеченности P при конкретных сочетаниях прогнозируемых факторов «осадки-температура». Там же приведены значения q_k^P при учете только одного фактора – осадков.

Подобная форма заполняется для всех месяцев с июня по сентябрь и используется для прогнозирования притока на основе прогноза осадков и температуры. Отметим, что долгосрочный прогноз осадков и температуры может быть получен из любого источника, а не только на основании метода, описанного в предыдущем разделе. Заблаговременность прогноза притока при этом определяется заблаговременностью метеорологического прогноза, то есть такой прогноз может быть выдан, например, в мае на весь предстоящий сезон.

Предварительный анализ качества прогнозирования выполнен на имеющихся рядах данных – оценки притока получались по фактическим значениям осадков и температуры вместо прогнозных, затем они сравнивались с фактическими значениями притока.

На рисунке 4 представлено сравнение результатов прогнозирования с фактическими значениями притока за июль. Вероятность попадания измеренного притока в границы оценочного интервала составила 87,5-93,8%, среднее абсолютное отклонение ожидаемого значения притока от фактического 23-28% от нормы. Эти оценки подтверждают адекватность принятого доверительного интервала 90% и удовлетворительную, с учетом большой заблаговременности, точность прогноза.

Таблица 4. Оценка ожидаемого среднемесячного расхода (m^3/c) по прогнозу средней суммы осадков и средней температуры воздуха по бассейну реки Бурея

Table 4. Expected mean monthly discharge (m^3/s) evaluation using forecast of mean precipitation sum and mean air temperature in Bureya river basin

Категории осадков	Оцениваемая величина	По осадкам	По категориям температуры		
			выше нормы	норма	ниже нормы
выше нормы	$Q_{\text{мес}} 5\%$	q_1^5	q_{11}^5	q_{12}^5	q_{13}^5
	$Q_{\text{мес}} 50\%$	q_1^{50}	q_{11}^{50}	q_{12}^{50}	q_{13}^{50}
	$Q_{\text{мес}} 95\%$	q_1^{95}	q_{11}^{95}	q_{12}^{95}	q_{13}^{95}
норма	$Q_{\text{мес}} 5\%$	q_2^5	q_{21}^5	q_{22}^5	q_{23}^5
	$Q_{\text{мес}} 50\%$	q_2^{50}	q_{21}^{50}	q_{22}^{50}	q_{23}^{50}
	$Q_{\text{мес}} 95\%$	q_2^{95}	q_{21}^{95}	q_{22}^{95}	q_{23}^{95}
ниже нормы	$Q_{\text{мес}} 5\%$	q_3^5	q_{31}^5	q_{32}^5	q_{33}^5
	$Q_{\text{мес}} 50\%$	q_3^{50}	q_{31}^{50}	q_{32}^{50}	q_{33}^{50}
	$Q_{\text{мес}} 95\%$	q_3^{95}	q_{31}^{95}	q_{32}^{95}	q_{33}^{95}

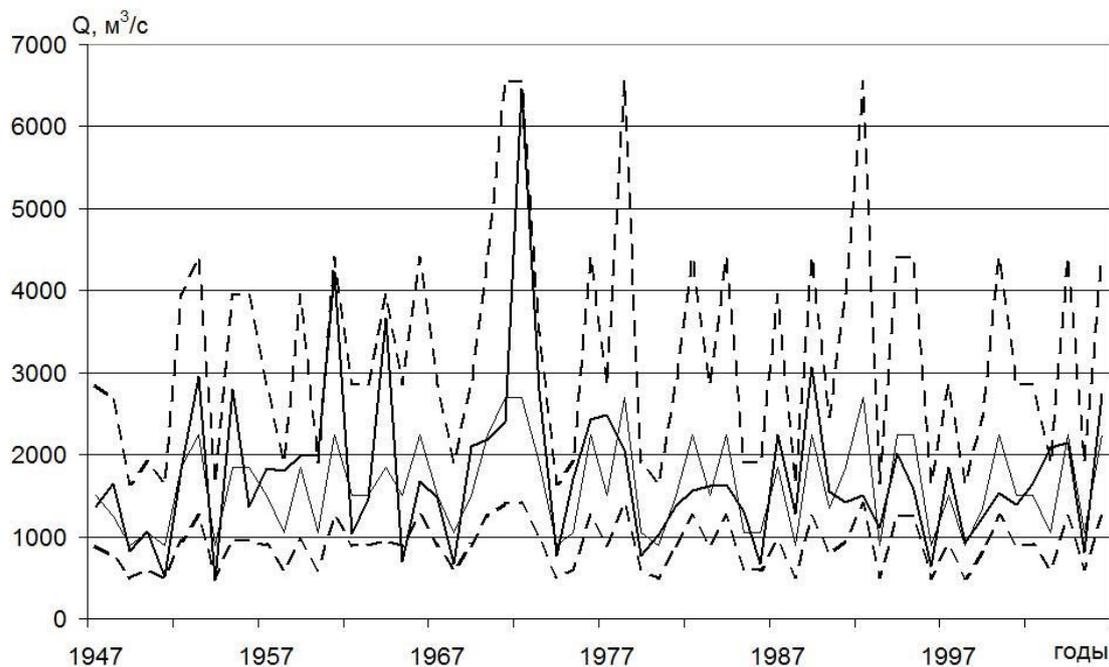


Рисунок 4. Фактические (жирная линия) и прогнозные значения притока за июль: ожидаемое значение (тонкая сплошная) и границы оценочного интервала (пунктирные линии)

Figure 4. Measured (bold line) and forecasted values of inflow in July: expected value (neat line) and boundaries of estimated interval (dotted line)

Возможно уточнение прогноза с учетом фактического притока за месяц, предшествующий прогнозируемому. Такой уточненный прогноз выполняется по схеме, аналогичной изложенной выше. Для этого при составлении оценочных таблиц модельные годы разбиваются сначала на подвыборки со значениями притока за предшествующий месяц «выше нормы», «норма» и «ниже нормы». Далее составляются оценочные таблицы для каждого варианта, которые используются при оценке притока на предстоящий месяц, когда приточность за данный месяц уже может быть оценена по факту. Для основной и уточненной схемы прогнозирования вычислены вероятности попадания фактического значения в прогнозируемый интервал (оправдываемость, %) и среднее абсолютное отклонение фактического от ожидаемого значения (таблица 5).

Таблица 5. Вероятность попадания фактического значения в прогнозируемый интервал (оправд.) и среднее абсолютное отклонение его от ожидаемого значения (ошиб.), %

Table 5. Falling of measured value within the forecasted interval probability and mean absolute deviation from the expected value, (%)

Месяц	Июнь		Июль		Август		Сентябрь	
	Оправд.	Ошиб.	Оправд.	Ошиб.	Оправд.	Ошиб.	Оправд.	Ошиб.
Основной прогноз	87,5	26	89,1	28	90,6	26	93,8	23
Уточненный прогноз	90,6	25	87,5	27	92,2	25	89,1	21

Видно, что уточнение прогноза по данным о притоке за предшествующий месяц в общем незначительно и дает заметный положительный эффект только для августа и сентября. Для этих же месяцев влияние температуры воздуха на сток оказывается незначительным. Это указывает на изменение значимости ведущих факторов стока в течение летне-осеннего сезона, что может стать предметом дальнейшей разработки метода прогноза.

Прогнозы объема притока за весеннее половодье менее значимы для Бурейского водохранилища из-за особенностей гидрологического режима реки Буреи, зато они отличаются большей точностью и надежностью по сравнению с прогнозами летне-осеннего притока дождевого происхождения. Это обусловлено наличием достаточно надежной

информации о запасах воды в снежном покрове на бассейне к началу половодья. Несмотря на значительную роль других факторов формирования талого стока, объем снеготазпасов в основном определяет объем притока за половодье, что позволяет давать прогнозы в количественной, а не в вероятностной форме.

Учет долгосрочного прогноза осадков и температуры при прогнозировании притока за половодье выполняется на основе аналогового подхода. Аналоговый подход в значительной мере является экспертной оценкой, так как не имеет абсолютно строгого алгоритма. В данном случае он заключается в поиске наилучших лет-аналогов в имеющемся ряду наблюдений, которые могут быть сходными с текущим годом по условиям и объему половодья. При выборе лет-аналогов сравниваются объемы снеготазпасов на бассейне, накопленные к концу марта, и близость фактических месячных сумм осадков и среднемесячных температур за апрель и май к прогнозируемым значениям на те же месяцы текущего года. Прогноз выдается в конце марта в виде ожидаемого притока в апреле-мае.

Результаты оперативных испытаний прогнозов

Параллельно с разработкой метода и по мере готовности отдельных компонент метода составлялись опытные оперативные прогнозы для Бурейской ГЭС. В 2008, 2009 и 2010 годах даны прогнозы месячных сумм осадков в начале мая на май-октябрь предстоящего сезона по станциям. На рисунке 5 приводятся данные о сходимости прогноза с фактическими осадками в среднем по бассейну за 2008-2010 годы.

Средние ошибки месячной суммы осадков за май-сентябрь составляют 25%, 19%, 31% соответственно для 2008, 2009 и 2010 гг., наибольшие относительные ошибки 73%, 34% и 57% наблюдались в июне за три обсуждаемых года. Оправдываемость прогноза по станциям колеблется в широких пределах, за теплый период (июнь-сентябрь) – от 50% до 75%. Оправдываемость средних по бассейну осадков составила 75-80%.

Суммарные ошибки прогностической суммы осадков за сезон по станциям достигают 130 мм, но сумма осадков за сезон в среднем по бассейну Буреи спрогнозирована в 2008 г. с ошибкой около 22%, в 2009 – около 5%, а в 2010 – около 7%. Качество прогноза в целом удовлетворительное. Из результатов анализа следует, что наиболее точно прогнозируются средние по бассейну осадки. Наибольшее влияние на оценку притока при этом имеют прогнозы осадков с июня по сентябрь, так как в октябре их величина относительно мала, а сток мая в большей степени определяется влагозапасом бассейна на начало снеготаяния.

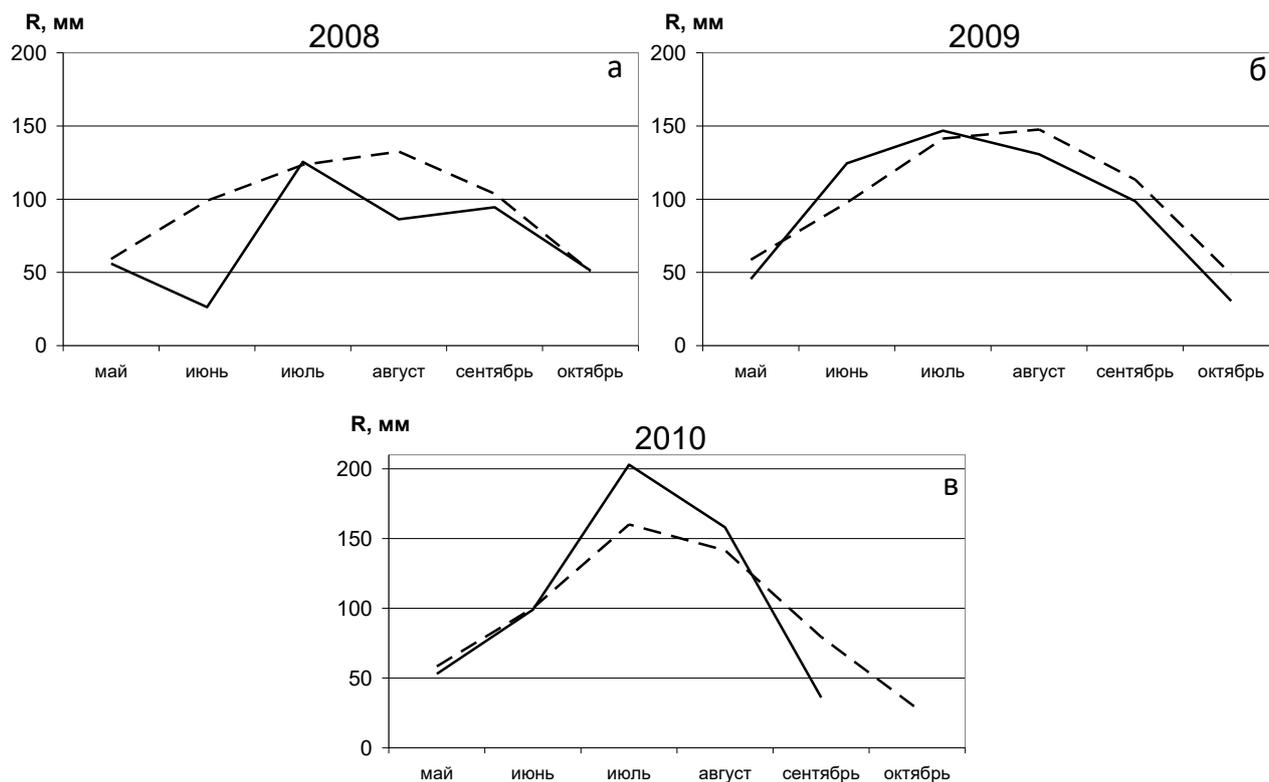


Рисунок 5. Сравнение прогностических (сплошные) и фактических (пунктирные) средних по бассейну осадков за май-октябрь: а) 2008 г., б) 2009 г. в) 2010 г.

Figure 5. Comparison of forecasted (solid lines) and measured (dotted line) mean precipitation values in Bureya basin for May-October in: а) 2008; б). 2009; в) 2010

Величина ожидаемого притока определялась на основании аналогового подхода. Сначала, на основании ожидаемых в апреле-мае осадков и температур, выбиралась группа из 8-12 лет с близкими фактическими значениями этих характеристик. Затем из них отбирались 2 наиболее надежных аналога на основе сравнения величин запасов воды в снеге на конец марта лет-аналогов и прогнозируемого года. На основании экспертного учета ряда дополнительных факторов вводилась поправка на ожидаемый объем притока. Результаты приведены в таблице 6.

Прогноз притока на апрель-май 2009 года по объему полностью оправдался с большой точностью, распределение водности по месяцам соответствовало второму аналогу (1963 г.). Прогноз притока на апрель-май 2010 года по объему завышен на 20%, распределение водности по месяцам соответствовало первому аналогу (1978 г.)

Таблица 6. Ожидаемый и фактический приток на апрель-май, км³**Table 6.** Expected and measured reservoir inflow for April-May, km³

Период	Годы-аналоги		Приток	
	1985	1963	Ожидаемый	Фактический
2009 год				
Апрель	1,9	1,3	1,5	1,2
Май	4,9	5,3	5,5-6,0	5,9
Всего	6,8	6,6	7,0-7,5	7,1
2010 год	1978	1970	Ожидаемый	Фактический
Апрель	0,9	1,2	1,0	0,8
Май	5,0	4,7	5,0	4,0
Всего	5,9	5,9	6,0	4,8

Заключение

В результате выполненных работ по созданию метода долгосрочного прогноза притока воды в Бурейское водохранилище оценена адекватность и выполнена корректировка схемы динамико-стохастического моделирования. Разработаны и предварительно испытаны метод статистического прогноза осадков и температуры заблаговременностью 1-6 месяцев и метод вероятностного прогноза притока на основе ожидаемых значений осадков и температуры. Прогностические алгоритмы реализованы в виде программного комплекса для средней месячной температуры и суммы осадков за месяц и ряда отдельных программных компонент. Подготовлено несколько оперативных прогнозов осадков, температуры и притока к водохранилищу большой заблаговременности.

На основе авторских исследований и ограниченного объема оперативных испытаний методов показана возможность достижения довольно высоких значений оправдываемости и точности прогнозов притока заблаговременностью до 6 месяцев. Задачами дальнейшей работы являются совершенствование метода статистического прогноза осадков и температуры за счет отбора предикторов на основе их физической интерпретации; уточнение вероятностного прогноза притока путем учета дополнительных факторов стокоформирования, в первую очередь предшествующего увлажнения бассейна; доработка и совершенствование программных компонентов системы прогнозирования; проведение систематических оперативных испытаний методов; выработка эвристических правил прогнозирования, позволяющих добиваться максимальной эффективности методов в оперативной практике.

Литература

References

Виноградов Ю.Б. Математическое моделирование процессов формирования стока: опыт критического анализа. Л.: Гидрометеиздат, 1988. 312 с.

Гарцман Б.И., Губарева Т.С. Прогноз гидрографа дождевых паводков на реках Дальнего Востока // Метеорология и гидрология. 2007. № 5. С. 70-80.

Гарцман Б.И., Губарева Т.С., Бугаец А.Н., Макагонова М.А. Краткосрочный прогноз притока воды в водохранилище Бурейской ГЭС // Гидротехническое строительство. 2009. № 1. С. 11-20

Груза Г.В. Опыт применения статистических главных компонент (естественных ортогональных составляющих) в технике корреляционного прогноза // Труды Среднеазиатского научно-исследовательского гидрометеорологического института. 1969. Вып. 40(55). С. 19-36.

Груза Г.В. Прогностические модели в метеорологии и статистические прогнозы // Труды ВНИИГМИ-МЦД. 1977. Вып. 35. С. 3-10.

Barnston A.G., Livezey R.E. Classification, Seasonality and Persistence of Low-Frequency Atmospheric Circulation Patterns. *Monthly Weather Review*, 1987, vol. 115, no 6, pp. 1083-1126. DOI: [10.1175/1520-0493\(1987\)115<1083:CSAPOL>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0493(1987)115<1083:CSAPOL>2.0.CO;2)

Draper N.R., Smith H. *Applied Regression Analysis. Second Edition*. New-York, John Wiley & Sons, 1981. 709 p. (Russ. ed.: Dreiper N., Smit G. Prikladnoi regressionnyi analiz: v 2-kh knigakh. Kniga 1. Moscow, Publ. Finansy i statistika, 1986. 366 p.).

Gartsman B.I., Gubareva T.S. Forecast of the rainfall flood hydrograph on the Far East rivers *Russian Meteorology and Hydrology*, 2007, vol. 32, iss. 5, pp. 328-335. (Russ. ed.: Gartsman B.I., Gubareva T.S. Prognoz gidrografa dozhdevykh pavodkov na rekah Dal'nego Vostoka. *Meteorologiya i gidrologiya*, 2007, no. 5, pp. 70-80). DOI: [10.3103/S1068373907050068](https://doi.org/10.3103/S1068373907050068)

Gartsman B.I., Gubareva T.S., Bugaets A.N., Makagonova M.A. Kratkosrochnyi prognoz pritoka vody v vodokhranilishche Bureiskoi GES [Short time forecast of Burejskaya reservoir inflow]. *Gidrotehnickeskoe stroitel'stvo [Power Technology and Engineering (Russia)]*, 2009, no. 1, pp. 11-20. (In Russian).

Gruza G.V. Opyt primeneniya statisticheskikh glavnykh komponent (estestvennykh ortogonal'nykh sostavlyayushchikh) v tekhnike korrelyatsionnogo prognoza [Experience in application of statistical principal components (natural orthogonal constituents) for correlational prediction]. *Trudy Sredneaziatskogo*

Дрейнер Н., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ: в 2-х кн. Кн. 1 / Пер. с англ. Ю.П. Адлера и В.Г. Горского. М.: Финансы и статистика, 1986. 366 с.

Картвелишвили Н.А. Стохастическая гидрология. Л.: Гидрометеоздат, 1975. 163 с.

Медведев В.С., Потемкин В.Г. Нейронные сети. Matlab 6. М.: Диалог-МИФИ, 2002. 496 с.

Мещерская А.В., Руховец Л.В., Юдин М.И., Яковлева Н.И. Естественные составляющие метеорологических полей. Л.: Гидрометеоздат, 1970. 199 с.

Свинухов Г.В. Синоптико-статистические методы долгосрочных прогнозов погоды на Дальнем Востоке. Л.: Гидрометеоздат, 1977. 168 с.

Соколов О.В., Друзь Н.И. Автоматизированный исследовательский программный комплекс для целей прогноза элементов погоды // Проблемы транспорта Дальнего Востока. 2005. С. 211-213.

Barnston A.G., Livezey R.E. Classification, Seasonality and Persistence of Low-Frequency Atmospheric Circulation Patterns // Monthly Weather Review. 1987. Vol. 115. No. 6.

nauchno-issledovatel'skogo gidrometeorologicheskogo instituta [Writings of Scientific Research Hydrometeorological Institute (NIGMI) of Uzhydromet (Russia)], 1969, vol. 40, iss. 55, pp. 19-36. (In Russian).

Gruza G.V. Prognosticheskie modeli v meteorologii i statisticheskie prognozy [Prediction model in meteorology and statistical forecasts]. *Trudy VNIIGMI-MTsD [Writings of All Russian Research Institute of Hydrometeorological Information - World Data Center (Russia)]*, 1977, vol. 35, pp.3-10. (In Russian).

Ishii M., Shouji A., Sugimoto S., Matsumoto T. Objective analyses of sea-surface temperature and marine meteorological variables for the 20th century using ICOADS and the Kobe Collection. *The International Journal of Climatology*, 2005, vol. 25, iss. 7, pp. 865-879. DOI: [10.1002/joc.1169](https://doi.org/10.1002/joc.1169)

Kalnay E., Kanamitsu M., Kistler R., Collins W., Deaven D., Gandin L., Iredell M., Saha S., White G., Woollen J., Zhu Y., Chelliah M., Ebisuzaki W., Higgins W., Janowiak J., Mo K.C., Ropelewski C., Wang J., Leetmaa A., Reynolds R., Jenne R., Joseph D. The NCEP/NCAR 40-Year Reanalysis Project. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 1996, vol. 77, no. 3, pp. 437-472. DOI: [10.1175/1520-0477\(1996\)077<0437:TNYRP>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0477(1996)077<0437:TNYRP>2.0.CO;2)

Kartvelishvili N.A. *Stokhasticheskaya gidrologiya [Stochastic hydrology]*. Leningrad, Publ. Hidrometeoizdat, 1975. 163 p. (In Russian).

Medvedev V.S., Potemkin V.G. *Neironnye seti. Matlab 6. [Neural Network Matlab 6]*. Moscow, Publ. Dialog-MIFI, 2002. 496 p. (In Russian).

P. 1083-1126. DOI: [10.1175/1520-0493\(1987\)115<1083:CSAPOL>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0493(1987)115<1083:CSAPOL>2.0.CO;2)

Ishii M., Shouji A., Sugimoto S., Matsu-moto T. Objective analyses of sea-sur-face temperature and marine meteoro-logical variables for the 20th century us-ing ICOADS and the Kobe Collection // The International Journal of Climatol-ogy. 2005. Vol. 25. Iss. 7. P. 865-879. DOI: [10.1002/joc.1169](https://doi.org/10.1002/joc.1169)

Kalnay E., Kanamitsu M., Kistler R., Collins W., Deaven D., Gandin L., Ire-dell M., Saha S., White G., Woollen J., Zhu Y., Chelliah M., Ebisuzaki W., Hig-gins W., Janowiak J., Mo K.C., Ropelewski C., Wang J., Leetmaa A., Reynolds R., Jenne R., Joseph D. The NCEP/NCAR 40-Year Reanalysis Pro-ject // Bulletin of the American Meteor-ological Society. 1996. Vol. 77. No. 3. P. 437-472. DOI: [10.1175/1520-0477\(1996\)077<0437:TNYRP>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0477(1996)077<0437:TNYRP>2.0.CO;2)

Meshcherskaya A.V., Rukhovets L.V., Yudin M.I., Ya-kovleva N.I. *Estestvennye sostavlyayushchie meteorologicheskikh polei [Natural constituents of meteorolog-ical fields]*. Leningrad, Publ. Gidrometeoizdat, 1970. 200 p. (In Russian).

Sokolov O.V., Druz' N.I. Avtomatizirovannyi issle-dovatel'skii programmnyi kompleks dlya tselei prognoza elementov pogody [Automated software package complex for prediction of weather patterns]. *Problemy transporta Dal'nego Vostoka [Transport problems of the Far East]*, 2005, pp. 211-213. (In Rus-sian).

Svinukhov G.V. *Sinoptiko-statisticheskie metody dol-gosrochnykh prognozov pogody na Dal'nem Vostoke [Synoptically-statistical methods of weather long range forecast at the Far East]*. Leningrad, Publ. Gidrome-teoizdat, 1977. 168 p. (In Russian).

Vinogradov Yu.B. *Matematicheskoye modelirovaniye protsessov formirovaniya stoka [Mathematical Model-ing of River Runoff Formation Processes]*. Leningrad, Publ. Gidrometeoizdat, 1988. 311 p. (In Russian).