

МЕТОДЫ, МОДЕЛИ И ТЕХНОЛОГИИ  
METHODS, MODELS AND TECHNOLOGIES

УДК 556.013

DOI: 10.34753/HS.2020.2.4.347

ВОЗМОЖНОСТИ ОЦЕНКИ  
ОБЕСПЕЧЕННОСТИ  
МАКСИМАЛЬНЫХ РАСХОДОВ  
РЕК ПРИАНГАРЬЯ (НА ПРИМЕРЕ  
РЕКИ ИЯ)Б.И. Гарцман<sup>1</sup>, Т.С. Губарева<sup>1</sup>,  
Н.В. Кичигина<sup>2</sup><sup>1</sup> *Институт водных проблем Российской  
академии наук, г. Москва, Россия;*<sup>2</sup> *Институт географии СО РАН им. В.Б. Сочавы,  
г. Иркутск, Россия  
gartsman@inbox.ru*POSSIBILITIES OF ASSESSING  
THE FLOOD RUNOFF  
PROBABILITY IN ANGARA  
REGION (IYA RIVER AS  
EXAMPLE)Boris I. Gartsman<sup>1</sup>, Tatiana S. Gubareva<sup>1</sup>,  
Natalia V. Kichigina<sup>2</sup><sup>1</sup> *Water Problems Institute of the Russian Academy  
of Sciences, Moscow, Russia;*<sup>2</sup> *V.B. Sochava Institute of Geography SB RAS,  
Irkutsk, Russia  
gartsman@inbox.ru*

**Аннотация.** Задача работы заключается в анализе методами стохастической гидрологии опасности наводнений в Приангарье – на левобережных притоках реки Ангара от истока до Братского водохранилища. Этот регион характерен наибольшей опасностью летних дождевых наводнений, которые формируются относительно редко, но систематически, и отличаются особой разрушительностью. Исследуется возможность построения одномерной аналитической кривой распределения, надежно аппроксимирующей выборку фактических данных о максимальных годовых расходах воды и позволяющей дать обоснованную оценку обеспеченности экстремальных паводков – на примере событий на реке Ия в 1984 и 2019 годах. Использован максимально широкий спектр трехпараметрических законов распределения вероятностей и методов параметризации кривых обеспеченности.

В результате выполненного анализа построено 14 вариантов расчетных кривых распределения, сопоставляемых на основе статистических и рациональных критериев. Несмотря на наличие нескольких вариантов, удовлетворяющих почти всем требованиям, качественно решить на их основе поставленную задачу не удается. Все

**Abstract.** This work aim is analyzing the flood hazard in the Angara region with using stochastic hydrology methods. This region is characterized by greatest danger of summer rain floods, relatively rare but systematic, and are very dangerous. The possibility is studied to construct one-dimensional analytical distribution curves that reliably approximates a series of observed maximum annual discharges and allow to give a reasonable estimate of the extreme floods probability – using the example of extraordinary floods on the Iya River in 1984 and 2019. A number of three-parameter probability laws and methods of probability curves parameterization was used.

Resulting, 14 variants of analytical distribution curves were constructed, compared by the statistical and rational criteria. Despite the several versions satisfy to almost all the requirements, it seems impossible to solve the problem qualitatively on their basis. All acceptable curve versions underestimate the probability for extraordinary floods of 1984 and 2019 years. Some of these versions go beyond the 5-95% confidence intervals of empirical probability curve, or are the results of direct mathematical fitting without the satisfactory conceptual reasons.

Thus, it was not possible to construct adequate three-parameter maximum discharge distribution for the Iya River according to above requirements. The

приемлемые варианты в расчетной области наивысших расходов занижают оценки обеспеченности паводков 1984 и 2019 годов. Кроме того, некоторые из этих вариантов существенно выходят за границы 5-95%-х доверительных интервалов эмпирической кривой обеспеченности, либо являются результатами прямой подгонки математических кривых к данным и не имеют удовлетворительного концептуального обоснования.

Таким образом, построить адекватную одномерную малопараметрическую вероятностную модель распределения максимальных расходов реки Ия, надежно аппроксимирующую выборку эмпирических данных и позволяющую дать обоснованную оценку обеспеченности экстраординарных паводков, не удалось. Сложность процессов формирования стока в регионе, существенные различия механизмов и условий развития рядовых и выдающихся паводков, очевидно, приводит к статистической неоднородности выборок, которые не могут быть корректно описаны одномерными трехпараметрическими законами распределения. В таких условиях для оценки вероятности выдающихся паводков наиболее целесообразным представляется использование динамико-стохастического моделирования на основе физически-обоснованной модели стока.

**Ключевые слова:** река Ангара; левобережные притоки; река Ия; город Тулун; опасность наводнений; максимальный сток; кривые распределения; вероятность

### Введение

Паводковые (летние дождевые) наводнения в Приангарье распространены почти повсеместно, при этом наиболее опасны они в западных районах Иркутской области, в бассейнах левых притоков реки Ангара – рек Иркут, Китой, Белая, Ока, Ия, Уда, Бирюса [Кичигина, 2018]. Экстремальные паводковые наводнения происходят здесь издавна, принося значительные ущербы с начала освоения этих территорий русскими [Иванько, 1997]. За

последние 50 лет отмечалось несколько наиболее разрушительных паводковых событий.

• Катастрофическое наводнение летом 1971 года, когда на реках Иркутской области было затоплено 33 населенных пункта, 82 промышленных предприятия, около 700 км автодорог.

• Наводнение в июле 1984 года в Тулунском районе. В бассейне реки Ия было затоплено 12 населенных пунктов (в том числе треть

**Keywords:** Angara River; left bank tributaries; Iya River; Tulun City; flood hazard; maximum run off; distribution curves; probability

последние 50 лет отмечалось несколько наиболее разрушительных паводковых событий.

• Катастрофическое наводнение летом 1971 года, когда на реках Иркутской области было затоплено 33 населенных пункта, 82 промышленных предприятия, около 700 км автодорог.

• Наводнение в июле 1984 года в Тулунском районе. В бассейне реки Ия было затоплено 12 населенных пунктов (в том числе треть

площади города Тулун), 5,5 тыс. га пастбищ, около 800 га посевов.

- Паводок в июле 1996 года на реке Уда, когда были затоплены город Нижнеудинск (60-65% территории) и 18 населенных пунктов в пойме реки, повреждены 14 мостов, водозаборные сооружения. В бассейне реки Уда площадь затопленных населенных пунктов и сельхозугодий составила 23 км<sup>2</sup>, только в Нижнеудинском районе в зону затопления попали 1 200 человек.

- Паводок в июле 2001 года. От разлива рек Китой, Иркут, Белая, Ия, Ока и их притоков пострадали многие районы Иркутской области, наиболее сильно – Зиминский район. Было затоплено более 150 населенных пунктов с общей численностью 460 тыс. человек, в том числе семь городов, погибло 11 человек [Кичигина, 2020].

В конце июня 2019 года на левобережных притоках реки Ангара вновь прошел катастрофический дождевой паводок, приведший к человеческим жертвам и огромному материальному ущербу. Пострадали Нижнеудинский, Тайшетский, Тулунский, Чунский, Зиминский, Черемховский, Заларинский, Куйтунский районы. Затоплено 109 населенных пунктов, сотни километров автодорог, уничтожены посевы, снесено или повреждено 22 моста, 26 человек погибло, 5 человек пропало без вести. Основной удар пришелся на город Тулун, который погрузился в воду на глубину до нескольких метров, целые улицы деревянных домов буквально уплыли, а многоэтажные здания были затоплены до третьего этажа<sup>1</sup>. При этом были превышены исторические максимумы на двух гидропостах: река Ия (пост Тулун) – на 254 см, река Уда (пост Нижнеудинск) – на 32 см.

Предотвращение негативного воздействия вод и снижение ущерба от наводнений относятся, в соответствии с положениями Водной стратегии Российской Федерации, к числу приоритетных

задач развития водохозяйственного комплекса. Комплекс мер, предусмотренных Федеральной целевой программой «Развитие водохозяйственного комплекса Российской Федерации в 2012-2020 годах»<sup>2</sup> для достижения этой задачи, включает «проведение прикладных научных исследований и экспериментальных разработок, выполняемых по договорам на проведение научно-исследовательских, опытно-конструкторских и технологических работ, выполнение экспериментальных проектов, обеспечивающих выработку современных методик ... технологического и информационного обеспечения развития водохозяйственного комплекса».

В отечественной инженерной практике разработка средств технологического и информационного обеспечения управления риском наводнений основана на подходах, разработанных в середине прошлого века [Виноградов, Догановский, Обязов, 2019]. Они направлены в первую очередь на определение расчетных гидрологических характеристик (расходов или уровней воды) малой обеспеченности по имеющимся рядам наблюдений за речным стоком. Задача данной работы заключалась в статистическом анализе опасности наводнений по фактическим данным о максимальном стоке левобережных притоков реки Ангара с использованием различных методов стохастической гидрологии, рекомендованных как действующими в России нормативными документами, так и доступными авторитетными литературными источниками, российскими и зарубежными.

В статье исследуется возможность построения одномерной аналитической кривой распределения, надежно аппроксимирующей выборку эмпирических данных и позволяющей дать обоснованную и реалистичную оценку обеспеченности экстремальных паводков на реке Ия – 1984 и 2019 годов. Для этого в работе

<sup>1</sup> Пономарева Н. Цена наводнения – Сибирь [Электронный ресурс] // Интерфакс Россия. URL: <http://www.interfax-russia.ru/Siberia/view.asp?id=1058665> (дата обращения: 26.09.2020).

<sup>2</sup> Постановление Правительства Российской Федерации от 19 апреля 2012 года №350 [Электронный ресурс] // Электронный фонд нормативной и нормативно-технической документации. URL: <http://docs.cntd.ru/document/902343713> (дата обращения: 21.09.2020).

использован широкий спектр методов стохастической гидрологии для построения кривых обеспеченности гидрологических характеристик, включая:

- схему расчетов, рекомендованную действующими СП 33-101-2003<sup>3</sup>;
- альтернативную схему, разработанную Ю.Б. Виноградовым [1988];
- ряд законов распределения, применение которых обосновано мировым опытом расчетов максимального стока [Губарева 2010; Губарева, 2011];
- современный метод L-моментов, используемый для оценки параметров кривых распределения, преимущественно за рубежом [Губарева, Гарцман, 2010].

### Объекты, исходные данные

Регион исследования включает бассейны левых притоков реки Ангара – реки Иркут, Китой, Белая, Ока, Ия, Уда, Бирюса, которые берут начало в горах Восточного Саяна.

В северо-восточном направлении от Восточного Саяна отходит ряд отрогов (Тункинский, Китойский, Вельский, Окинский и др.), являющихся водоразделами между упомянутыми притоками реки Ангара. На юге водораздельная линия проходит по хребтам Хамар-Дабан и Удинский, на севере – по Ангарскому кряжу. Ближе к нижнему течению рек территория относится уже к подножию Восточного Саяна, к которому широкой полосой примыкает Иркутско-Черемховская равнина. Климат территории резко континентальный, в зимний период образуются мощные антициклоны, формирующие морозную малооблачную погоду с небольшим количеством осадков. Летом развивается циклоническая деятельность, с которой связано выпадение значительного количества осадков, с наибольшими их значениями на наветренных склонах Восточного Саяна. Питание рек главным образом дождевое (40-60%). Наиболее

многоводные месяцы – июнь-август, когда на реках проходят серии интенсивных дождевых паводков. Максимальный сток приходится как правило на июль [Ресурсы поверхностных вод СССР, 1972].

Река Ия, основной объект настоящего исследования, целиком протекает по территории Иркутской области. Длина реки – 484 км, площадь бассейна – 18,1 тыс. км<sup>2</sup> (до города Тулун – 14,5 тыс. км<sup>2</sup>). Река берёт начало на северных склонах Восточного Саяна слиянием рек Холба и Хиаи. Впадает в Окинский залив Братского водохранилища. Питание главным образом дождевое и грунтовое. Средний годовой расход воды у города Тулун (119 км от устья) – 149 м<sup>3</sup>/с, максимальный расход по данным стандартных измерений – 4 400 м<sup>3</sup>/с (восстановленный для паводка 2019 года – 5 700 м<sup>3</sup>/с), минимальный – 4,5 м<sup>3</sup>/с. Основные притоки: справа – река Кирей, слева – реки Икей, Курзанка.

Исходными материалами послужили данные максимальных годовых расходов за период от начала наблюдений на гидропостах по 2018-2019 годы (по тем постам, где наблюдаемые максимальные расходы 2019 года удалось включить в выборки). Были использованы данные ежегодников и справочников Государственного водного кадастра [Многолетние данные..., 1986], данные Иркутского управления по гидрометеорологии, а также информационного ресурса<sup>4</sup>. Сведения об использованных постах и периодах наблюдений приведены в таблице 1.

Основной объем приведенного ниже анализа, с учетом задачи исследования, выполнялся по выборке данных гидрологического поста река Ия – город Тулун. Объем выборки срочных максимальных годовых расходов, полученных непосредственно по данным наблюдений на данном посту, составляет 84 года (1936-2019 годы). Данные наблюдений более ранних лет забракованы как явно ненадежные. Наибольшим в этой выборке является значение максимального расхода

<sup>3</sup> СП 33-101-2003 Определение основных расчетных гидрологических характеристик. М.: Госстрой России, 2004. 73 с.

<sup>4</sup> Автоматизированная информационная система государственного мониторинга водных объектов [Электронный ресурс]. URL: <https://gmvo.skniivh.ru> (дата обращения: 26.09.2020).

**Таблица 1.** Список гидропостов и использованные периоды наблюдений**Table 1.** List of gauging stations and used observation periods

№ п/п	Река	Пункт	Площадь водосбора, км <sup>2</sup>	Годы наблюдений
1	р. Иркут	г. Иркутск	15 000	1928–2018, <i>с 1988 – данные с приводкой</i>
2	р. Китой	р.п. Китой	8 420	1947–1959, 1964–2019
3	р. Белая	р.п. Мишелевка	16 400	1968–2019
4	р. Ия	п. Аршан	5 140	1956–2018
5	р. Ия	г. Тулун	14 500	1921-1922, 1928–1932, 1936– 2019
6	р. Кирей	с. Уйгат	2 950	1960–2018
7	р. Ока	с. Усть-Када	33 400	1963–1984, 1986–2019
8	р. Уда	с. Укар	17 200	1932, 1934–2018
9	р. Бирюса	с. Суетиха (Бирюсинск)	24 700	1929–2018, <i>с 1991 – данные с приводкой</i>

2019 года, восстановленное по данным изысканий по следам прошедшего наводнения с применением двумерного гидродинамического моделирования<sup>5</sup>. Тем не менее выдающиеся наводнения с превышением опасного уровня 850 см за период наблюдений зафиксированы здесь шесть раз: в 1937, 1980, 1984, 2006 годах и дважды в 2019 году.

#### Методика исследований

Рекомендации действующего в России СП 33-101-2003 включают использование в гидрологических расчетах преимущественно кривых, производных от гамма-распределения – распределения Пирсона III типа и трехпараметрического гамма-распределения Крицкого-Менкеля. В качестве основного метода оценки параметров аналитических кривых на основе выборок измеренных данных рекомендуется метод моментов. Для распределения Пирсона III типа дополнительно рекомендуется графоаналитический метод, а для распределения Крицкого-Менкеля – метод

приближенного максимального правдоподобия. При этом документ не воспрещает, при специальном обосновании, использовать иные методики расчетов.

В альтернативной схеме Ю.Б. Виноградова использовано семейство функционально-нормальных кривых и непараметрические методы оценивания их параметров по выборкам. В данном исследовании использовались трехпараметрическое логнормальное распределение и распределение С-3, описываемое преобразованием

$$z=0,5(x^a+1) \ln x \quad (1)$$

где  $z$  – нормально распределённая случайная величина.

Для аппроксимации использовался метод прямой численной подгонки аналитических кривых к выборочным точкам (калибровки) с использованием различных мер сходимости. Для точек выборки принимаются несмещенные оценки координат эмпирической функции распределения, параметры аналитической

<sup>5</sup> Анализ опасности наводнений и гидродинамическое моделирование опасного развития гидрологической обстановки на территории Тулунского района Иркутской области (в рамках Государственного контракта № 05-66-57-41/19 от 02 августа 2019 г. «Исследование и комплексный анализ факторов опасного развития гидрологической обстановки и разработка научно обоснованных рекомендаций для предотвращения катастрофических паводков, и обеспечения безопасности территорий Тулунского района Иркутской области»). Этап 2. Численное гидродинамическое моделирование на базе программного комплекса STREAM 2D. Отчет о научно-исследовательской работе. М.: ФГБУН ИВП РАН, 2020. 147 с.

функции распределения вычисляются исходя из условия минимизации меры сходимости.

В качестве таких мер (критериев) использовались величина суммарного относительного расхождения эмпирической и аналитической кривой по вероятности

$$\omega = \sum_{i=1}^n \left( \frac{|p^* - p^{**}|}{p_b^* - p_a^*} \right)_i \quad (2)$$

где  $p^*$  и  $p^{**}$  – эмпирическая и аналитическая вероятности членов вариационного ряда ( $p^* = m/n$ );

$p_a^*$  и  $p_b^*$  – границы доверительного интервала для вероятности  $p$  при данных  $m$  и  $n$  и заданном уровне значимости;

$m$  и  $n$  – ранг  $i$ -го значения и общий объем выборки [Виноградов, 1988].

Минимум величины  $\omega$  обеспечивает сходимость аналитической и эмпирической кривой по вероятности и характеризует надёжность принимаемого решения.

В другом случае использовалась мера сходимости по абсолютной величине, представляющая собой среднеквадратическое отклонение ординат эмпирической кривой от аналитической и характеризующая точность принимаемого решения

$$s = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (k_p^* - k_p^{**})^2} \quad (3)$$

где  $k_p^*$  и  $k_p^{**}$  – равнообеспеченные квантили эмпирического и аналитического распределений в форме модульных коэффициентов.

Таким образом, по «альтернативной» схеме также строились 4 варианта аналитических кривых распределения: логнормальная с аппроксимацией по  $\omega$  и по  $s$ , а также С-3 с аппроксимацией по  $\omega$  и по  $s$ . В дальнейшем показатели  $\omega$  (надёжность) и  $s$  (точность) используются как критерии для сравнительной оценки всех расчетных вариантов кривых обеспеченности. Важным критерием адекватности аналитической кривой обеспеченности является расположение её в

пределах границ доверительных интервалов эмпирической кривой  $p_a^*$  и  $p_b^*$ .

Из широко используемых и рекомендованных в мировой научной литературе для расчетов максимального стока вариантов законов распределения выбраны следующие: обобщенное распределение экстремальных величин (далее – GEV), обобщенное логистическое распределение (далее – GLO), обобщенное распределение Парето (далее – GPD), распределение Парето (далее – Pareto). Выбор указанных распределений обусловлен установленным фактом [Писаренко и др., 2002; Найденов, 2004; Губарева, 2010], что для вероятностного описания экстремальных характеристик в области больших значений наиболее адекватны распределения с тяжелыми хвостами.

Метод  $L$ -моментов как альтернативный способ представления формы кривых распределения вероятностей предложен сравнительно недавно в работе [Hosking, Wallis, 1997]. Он демонстрирует ряд существенных преимуществ перед ранее разработанными методами и уже широко используется в мировой практике. Теоретически  $L$ -моменты являются модификацией «вероятностно взвешенных моментов (probability weighted moments)», предложенных в [Greenwood et al., 1979]. На практике вначале определяются выборочные несмещенные оценки вероятностно взвешенных моментов распределения  $b_r$  по ранжированной в возрастающем порядке выборке  $x_{1:n} \leq x_{2:n} \leq \dots \leq x_{n:n}$  размером  $n$ , которые могут быть представлены в виде

$$b_0 = n^{-1} \sum_{j=1}^n x_{j:n}, \quad b_1 = n^{-1} \sum_{j=2}^n \frac{(j-1)}{(n-1)} x_{j:n},$$

$$b_2 = n^{-1} \sum_{j=3}^n \frac{(j-1)(j-2)}{(n-1)(n-2)} x_{j:n}. \quad (4)$$

Общее выражение для  $b_r$  имеет вид

$$b_r = n^{-1} \sum_{j=r+1}^n \frac{(j-1)(j-2)\dots(j-r)}{(n-1)(n-2)\dots(n-r)} x_{j:n} \quad (5)$$

**Таблица 2.** Методический инструментарий построения кривых обеспеченности  
**Table 2.** Methodical tools for constructing of probability curves

Аналитические законы распределения	Методы оценки параметров (аппроксимации)
Пирсона III типа. Трехпараметрическое гамма-распределение Крицкого-Менкеля. Трехпараметрическое логнормальное. Функционально-нормальное СЗ Виноградова. Распределение GEV. Распределение GLO. Распределение GPD. Распределение Pareto.	Метод моментов. Метод приближенного наибольшего правдоподобия. Метод графоаналитический. Метод L-моментов. Непараметрический метод калибровки.

Выборочные  $L$ -моменты определяются по уравнениям

$$l_1 = b_0, \quad l_2 = 2b_1 - b_0, \quad l_3 = 6b_2 - 6b_1 + b_0, \\ l_4 = 20b_3 - 30b_2 + 12b_1 - b_0. \quad (6)$$

В общем виде,

$$l_{r+1} = \sum_{k=0}^r p_{r,k}^* b_k; \quad r = 0, 1, \dots, n-1 \quad (7)$$

где коэффициенты  $p_{r,k}^*$  определяются как

$$p_{r,k}^* = (-1)^{r-k} \binom{r}{k} \binom{r+k}{k} = \frac{(-1)^{r-k} (r+k)!}{(k!)^2 (r-k)!}. \quad (8)$$

Выборочные  $L$ -моментные отношения  $r$ -го порядка определяются выражениями

$$t = l_2/l_1, \quad t_r = l_r/l_2, \quad r = 3, 4, \dots, \quad (9)$$

откуда  $t$  – выборочный коэффициент  $L$ -вариации;  
 $t_3$  – выборочный коэффициент  $L$ -асимметрии;  
 $t_4$  – выборочный  $L$ -эксцесс.

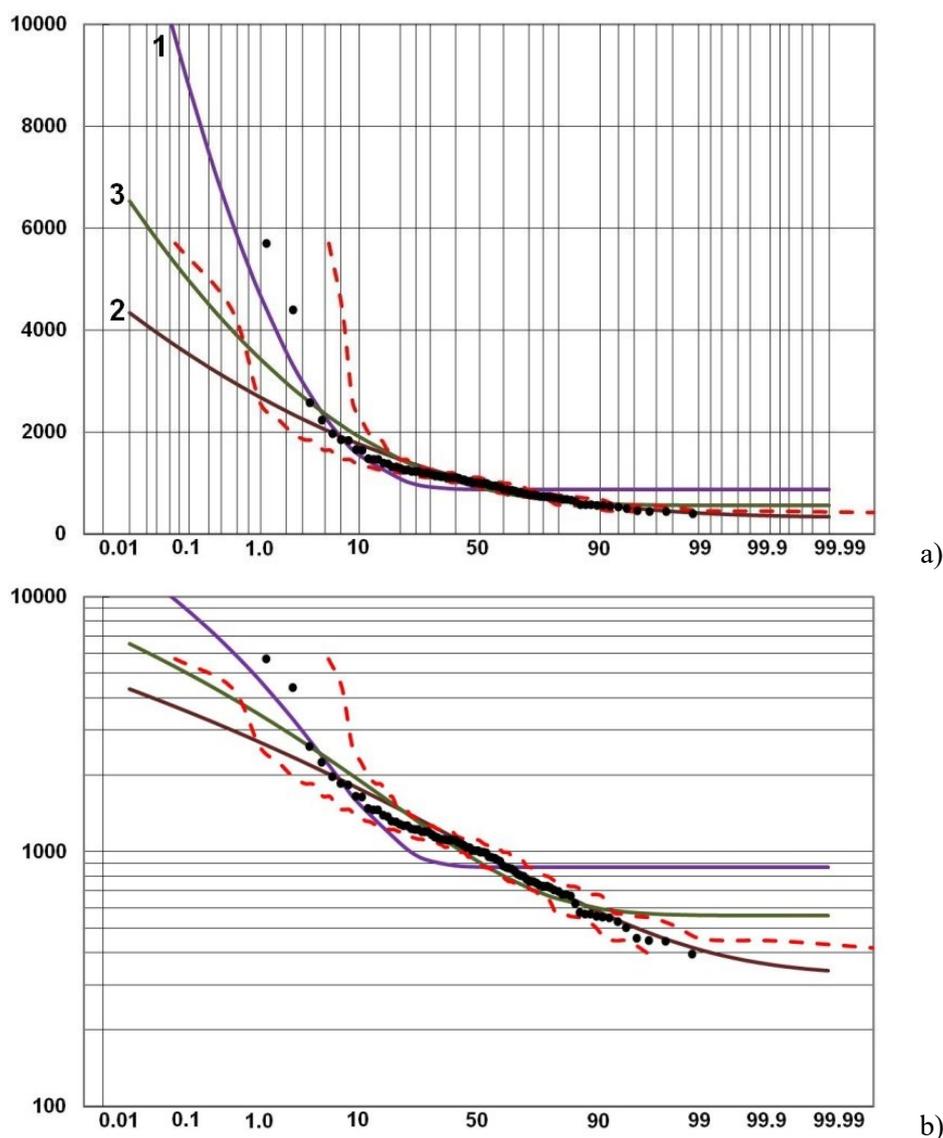
В работе [Губарева, Гарцман, 2010] приведены алгоритмы взаимного вычисления  $L$ -моментов и параметров для нескольких трехпараметрических законов распределения, характеризуемых параметрами сдвига, формы и масштаба.

В таблице 2 сведены аналитические законы распределения и методы оценки параметров (аппроксимации), используемые для построения кривых обеспеченности максимальных расходов воды в данном исследовании. Каждый расчетный

вариант кривой обеспеченности характеризуется конкретным сочетанием используемых аналитического закона распределения и метода оценки параметров (аппроксимации). Для каждого расчетного варианта вычисляются значения критериев  $\omega$  (надежность) и  $s$  (точность) для сравнительной оценки качества различных вариантов. Дополнительно для сопоставления вариантов используется степень попадания конкретной расчетной аналитической кривой обеспеченности в границы доверительного интервала  $p_a^*$  и  $p_b^*$  для вероятности  $p$  каждой точки эмпирической кривой обеспеченности при заданном уровне надежности 90%. Кроме того, экспертной оценкой вариантов служит «реалистичность» полученной по ним расчетной обеспеченности некоторых реперных значений максимальных расходов воды.

### Результаты оценки вероятности экстремальных паводков

Анализируемая выборка максимальных срочных расходов воды по посту реке Ия – город Тулун включает 84 значения за период 1936–2019 годы. Соответственно, эмпирические оценки обеспеченностей двух наивысших расходов в выборке 1984 и 2019 годов составляют 2,4% и 1,2%. Попытка построения для данной выборки аналитических кривых обеспеченности в соответствии с основными рекомендациями



**Рисунок 1.** Кривые обеспеченности максимальных срочных расходов на посту реки Ия – город Тулун, эмпирическая (точки) и аналитические: а) кривая Пирсона III типа, нормализующая клетчатка, с параметризацией различными методами (1 – моментов, 2 – графоаналитический; 3 – L-моментов); б) то же при логарифмическом масштабе по вертикальной оси.

Красный пунктир – границы доверительного интервала эмпирической кривой 5-95% обеспеченности

**Figure 1.** Probability curves of annual maximum runoff at the gauging station Iya – Tulun. Empirical (points) and analytical: a) Pearson curve of type III, normalizing fiber, with parameterization by various methods (1 – moments, 2 – graphic-analytical; 3 – L-moments); b) the same with a logarithmic scale along the vertical axis.

Red dotted line – the confidence interval boundaries of the empirical curve of 5-95% probability

СП 33-101-2003 столкнулась со значительными затруднениями. Построение в соответствии с распределением Крицкого-Менкеля вообще оказалось невозможным, что для данного региона уже отмечалось ранее [Губарева, 2011]. Это вызвано тем, что кривая Крицкого-Менкеля имеет теоретический нижний предел, равный нулю, а

все ряды данных, представленные в таблице 1, имеют нижний предел значительно выше нуля, и не могут быть аппроксимированы этой кривой.

На рисунках 1а, 1б приведены кривые распределения Пирсона III типа, построенные с оценками параметров по методам моментов, графоаналитическому и L-моментов. Видно, что

результаты построения неудовлетворительны. Кривая, построенная по методу моментов, совершенно не следует форме эмпирической кривой, хотя ближе остальных лежит к ней в расчетной области малых обеспеченностей. Остальные две аналитические кривые неплохо ложатся на эмпирическую в основной части, но сильно занижены в расчетной области, давая нереалистичные оценки обеспеченности для расходов 1984 и 2019 годов.

Для наглядности анализ соответствия аналитических кривых распределения эмпирической кривой каждый раз приводится в двух вариантах построения – на обычной нормализующей клетчатке, которая представляет интегральную кривую нормального распределения вероятности в виде прямой линии, и такое же построение с применением логарифмического масштаба вертикальной оси (оси расходов). Второй вариант позволяет отчетливо разглядеть степень «попадания» аналитической кривой в границы доверительного интервала 5-95% эмпирической кривой.

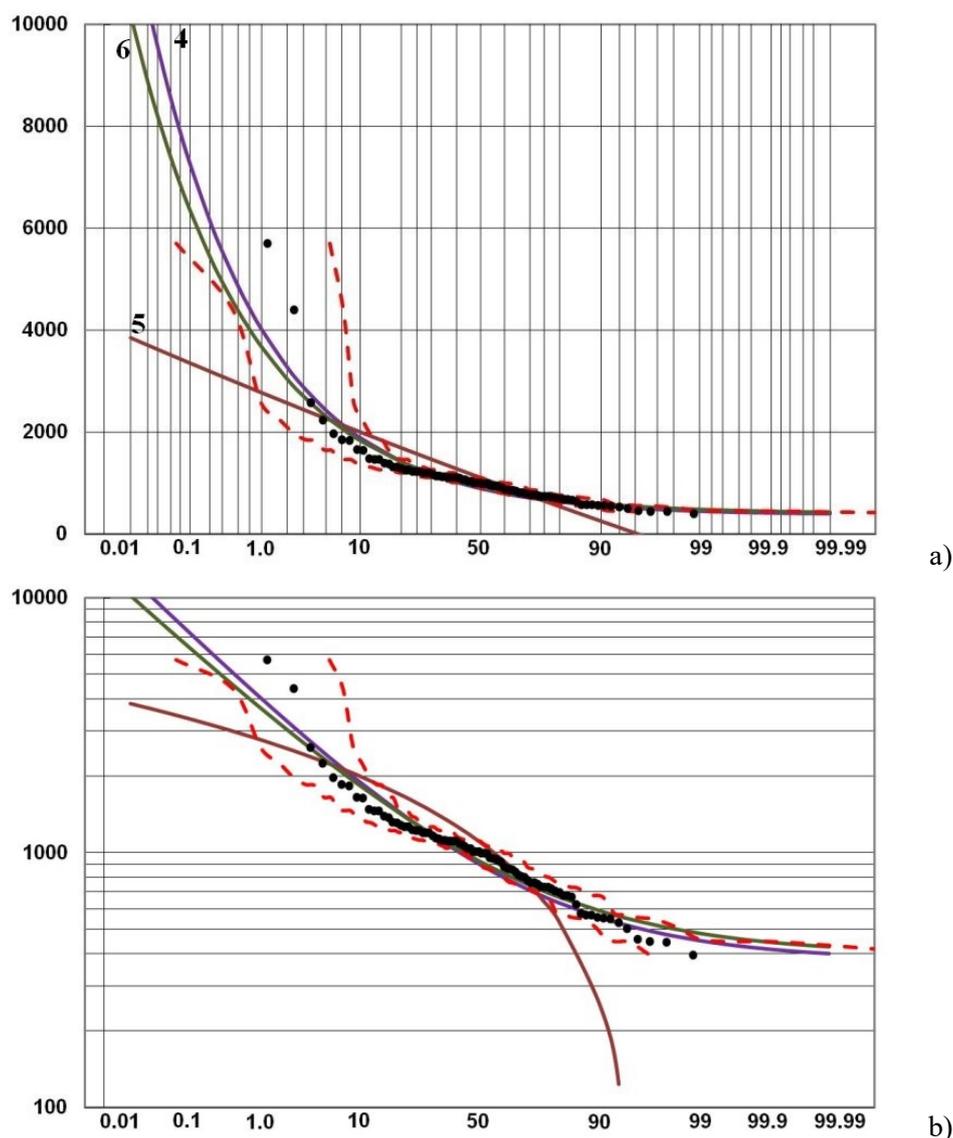
На рисунке 1а отражены основные особенности эмпирической кривой обеспеченности, из-за которой её аналитическая аппроксимация оказывается такой затруднительной. Кроме упомянутого выше свойства «удаленности» выборки от нулевых значений, кривая демонстрирует характерный излом вверх в узкой области малых значений (примерно <3%) обеспеченности. Излом обусловлен двумя наибольшими значениями расходов 1984 и 2019 годов, точки которых не располагаются вдоль плавной тенденции, задаваемой остальными значениями, а резко отклоняются вверх от неё. Такая особенность эмпирической выборки может быть её индивидуальной особенностью, обусловленной редким случайным сочетанием необычно высоких паводков в данной выборке, либо отражением неоднородности выборки в силу существенно различных условий формирования стока при рядовых и экстремальных паводках.

Анализ данных по максимальному стоку в исследуемом регионе, как выполненный ранее [Губарева, 2011], так и заново проведенный по

группе соседних рек, подтверждает последнее предположение. В эмпирических кривых распределения максимальных расходов некоторых соседних с рекой Ия рек, например река Белая (у села Мишелевка), присутствует аналогичный излом, иногда обусловленный одной, а иногда 2-3 отклоняющимися точками. Причем на разных реках эти отклоняющиеся точки относятся к разным годам. Этот факт, а также наличие исторических сведений о разрушительных паводках в регионе до начала наблюдений, подтверждают, что экстремально высокие паводки, формирующиеся при особых, редко повторяющихся условиях, представляют собой типичный, хотя и редкий феномен в данном регионе, повторяясь с регулярностью в несколько десятилетий.

В то же время на некоторых из исследуемых рек, например на реке Ока (у села Усть-Када), таких паводков не отмечено (либо они не попали в выборку?) и для них характерны «гладкие» кривые обеспеченности максимальных расходов, хорошо описываемые кривой Пирсона III типа. Такая особенность режима максимального стока делает задачу построения кривых обеспеченности максимальных расходов в рассматриваемом регионе методами стохастической гидрологии исключительно сложной, особенно с учетом имеющегося, в целом, дефицита данных наблюдений.

На рисунках 2а, 2б приведены кривые трехпараметрического логнормального распределения для поста реки Ия – город Тулун, построенные с оценками параметров по методам моментов, максимального правдоподобия и L-моментов. Для этого типа распределения картина существенно иная. Вариант логнормальной кривой, построенный по методу моментов, близко следует эмпирическим точкам и, хотя и значительно отклоняется от максимальной точки, но везде остается в пределах доверительного интервала. Этот вариант в принципе может быть принят как расчетный, однако даваемые им оценки обеспеченности паводков 1984 и 2019 годов существенно ниже эмпирических. Вариант, построенный по методу максимального правдоподобия совершенно



**Рисунок 2.** Кривые обеспеченности максимальных срочных расходов на посту реки Ия – город Тулун, эмпирическая (точки) и аналитические: а) кривая трехпараметрического логнормального распределения, нормализующая клетчатка, с параметризацией различными методами (4 – моментов, 5 – максимального правдоподобия; 6 – L-моментов);

б) то же при логарифмическом масштабе по вертикальной оси.

Красный пунктир – границы доверительного интервала эмпирической кривой 5-95% обеспеченности

**Figure 2.** Probability curves of annual maximum runoff at the gauging station Iya – Tulun. Empirical (points) and analytical: a) a curve of three-parameter lognormal distribution, normalizing fiber, with parameterization by various methods (4 – moments, 5 – maximum likelihood; 6 – L-moments); b) the same with a logarithmic scale along the vertical axis.

Red dotted line – the confidence interval boundaries of the empirical curve of 5-95% probability

неудовлетворителен, а построенный по методу L-моментов несколько выходит за границы доверительного интервала и дает существенно более низкие оценки обеспеченностей двух наивысших паводков.

Результаты описанных выше и выполненных далее расчетов сведены в таблицу 3, которая содержит следующую информацию. В первой колонке стоит номер расчетного варианта согласно сквозной их нумерации, применяемой на рисунках 1-4.

**Таблица 3.** Сравнительная оценка вариантов расчетных кривых обеспеченности срочных максимальных годовых расходов воды реки Ия – город Тулун

**Table 3.** Analytical curves comparative assessment of urgent maximum annual runoff at the Iya River – Tulun City

№	Тип кривой	Метод оценки параметров	Надежность $\omega$	Точность $s$	$Q_{\max} 1\%$ обесп	Обесп. $Q_{1984}=2.4\%$	Обесп. $Q_{2019}=1.2\%$
Варианты распределения Пирсона III типа (рисунок 1)							
1	Пирсона III типа	Моментов	82,1	5,11	4670	1,25	0,55
2	Пирсона III типа	Графоаналитич.	17,4	11,5	2680	<0,01	<<0,01
3	Пирсона III типа	L-моментов	32,5	7,48	3420	0,22	0,035
Варианты трехпараметрического логнормального распределения (рисунок 2)							
4	Логнорм. 3 пар.	Моментов	28,6	5,04	4020	0,70	0,29
5	Логнорм. 3 пар.	Макс. правдоп.	59,9	14,9	2770	<<0,01	<<0,01
6	Логнорм. 3 пар.	L-моментов	22,7	6,18	3670	0,50	0,17
Варианты по альтернативной схеме Ю.Б. Виноградова (рисунок 3)							
7	Логнорм. 3 пар.	Калибр. по надежн.	16,7	9,91	2950	0,085	0,014
8	Логнорм. 3 пар.	Калибр. по точн.	33,2	3,96	4900	1,50	0,62
9	Виноградова С3	Калибр. по надежн.	15,7	9,48	3040	0,15	0,03
10	Виноградова С3	Калибр. по точн.	25,6	2,12	5530	1,75	0,94
Варианты по методам, рекомендуемым в литературных источниках (рисунок 4)							
11	GEV	L-моментов	18,1	5,75	3780	0,62	0,27
12	GLO	L-моментов	15,0	5,60	3830	0,67	0,33
13	GPD	L-моментов	28,9	6,99	3510	0,45	0,082
14	Pareto	L-моментов	37,3	3,67	4550	1,15	0,60

Затем идет тип закона распределения и метод оценки параметров, используемых в данном расчетном варианте. Далее приводятся оценки *надежности  $\omega$*  и *точности  $s$*  данного расчетного варианта, описанные выше. Далее приводится расчетное значение срочного максимального годового расхода воды 1%-й обеспеченности, полученное в данном расчетном варианте. В двух последних колонках представлены оценки обеспеченности, полученные при данном расчетном варианте для двух наивысших за период наблюдений расходов – паводков 1984 и 2019 годов.

На рисунках 3а, 3б приведены расчетные варианты кривых обеспеченности максимальных расходов воды для поста реки Ия – город Тулун, построенные по рекомендациям альтернативной схемы расчетов, предложенной Ю.Б. Виноградовым. Две кривые из приводимого набора соответствуют трехпараметрическому логнормальному распределению и построены

методом прямой подгонки ординат к точкам эмпирической кривой с применением критериев *надежности  $\omega$*  или *точности  $s$* . Другие две кривые основаны на функциональном преобразовании логнормального распределения, вариант С3 по Ю.Б. Виноградову [1988], и также построены методом прямой подгонки ординат к точкам эмпирической кривой (калибровки) с применением критериев *надежности  $\omega$*  или *точности  $s$* .

В этом наборе расчетных вариантов степень соответствия положения аналитических и эмпирической кривых распределения в целом выше чем в предыдущих, как и следовало ожидать в силу метода построения. Варианты аналитических кривых, построенные с применением калибровки по критерию *надежности  $\omega$* , лежат в пределах доверительных интервалов эмпирической кривой почти во всем диапазоне её значений, однако выходят за их границы в расчетной области малых

обеспеченностей. Поэтому они не могут быть использованы как оценочные. Варианты, построенные с применением калибровки по критерию *точности s*, напротив, полностью (почти полностью) лежат в пределах доверительных интервалов эмпирической кривой. При этом оба варианта дают наиболее близкие к эмпирическим оценки обеспеченностей расходов паводков 1984 и 2019 годов.

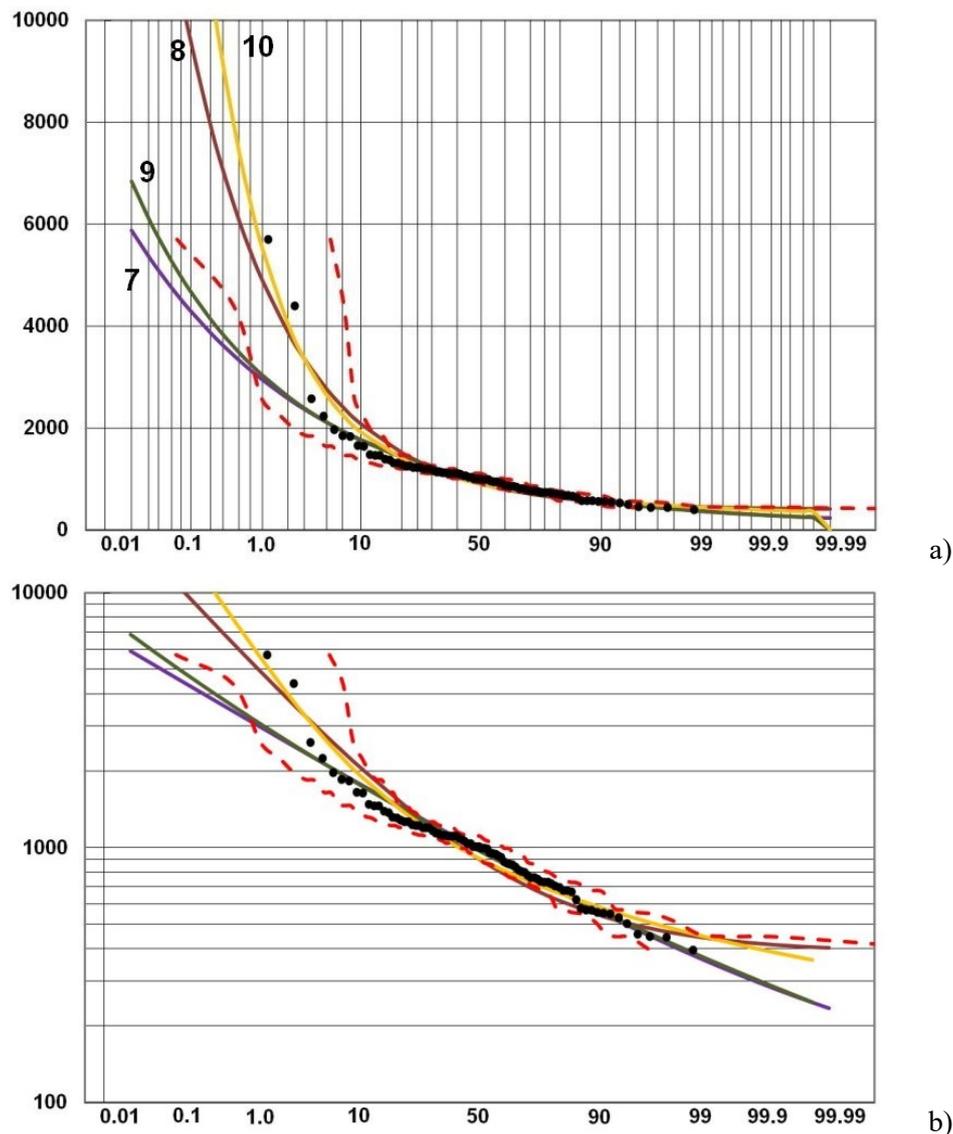
На рисунках 4а, 4б приведен последний набор расчетных вариантов кривых обеспеченности максимальных расходов воды для поста реки Ия – город Тулун, построенных по рекомендациям литературных источников к применению для оценок максимального стока и используемых преимущественно в зарубежной практике. Сюда входят кривые обобщенных распределений GEV, GLO и GPD, а также Pareto. Параметризация всех кривых при этом выполнялась с использованием метода L-моментов. Все варианты в этом наборе также достаточно хороши, с некоторыми замечаниями.

Так, распределение GPD выходит за доверительные интервалы эмпирической кривой как в верхнем, так и в нижнем диапазоне изменения расходов. Распределение Pareto лежит наиболее близко к точкам в расчетном диапазоне малых обеспеченностей, но при этом выходит за границы доверительных интервалов в большом диапазоне нижней части кривой. Самыми перспективными для рассмотрения выглядят кривые распределений GEV и GLO, при этом вариант GLO имеет преимущество по совокупности оценок и является наилучшим в данном наборе. Следует отметить также, что именно распределение GLO рекомендовано в ранее выполненном исследовании [Губарева, 2011] как наиболее пригодное для расчетов

максимального стока в регионе Восточной Сибири.

Таким образом, обобщая сводку данных таблицы 3, можно заключить, что большинство из расчетных вариантов кривых обеспеченности дают аналитические оценки обеспеченностей расходов 1984 и 2019 годов многократно (от 4 до сотен раз) меньше, чем эмпирические их обеспеченности. Другими словами, с точки зрения большинства вариантов расчетных моделей два наивысших в ряду паводка должны рассматриваться как практически невозможные события, что делает эти варианты мало- либо совсем неприемлемыми по крайней мере в прикладном аспекте, вне зависимости от других оценок их качества как моделей.

Выделяются несколько вариантов кривых обеспеченности, которые наилучшим образом подходят в качестве расчетных – под номерами 1, 8, 10, 14. При отборе этих вариантов имеет значение наибольшая близость аналитических оценок обеспеченности расходов 1984 и 2019 годов к эмпирическим их оценкам, а также наилучшие оценки по *точности s*, причем два этих аспекта тесно связаны друг с другом. Следует отметить, что из отобранных вариантов расчетной кривой два (под номерами 8 и 10) представляют собой схему Ю.Б. Виноградова, основанную на использовании функционально-нормальных кривых, а аппроксимация отобранных вариантов к эмпирическим данным осуществляется путем калибровки по значению *точности s* в качестве критерия. Другими словами, эти варианты – результаты прямой подгонки математических кривых к данным, в наименьшей степени среди всех обеспеченные физическим или хотя бы концептуальным (с точки зрения теории случайных процессов) обоснованием.

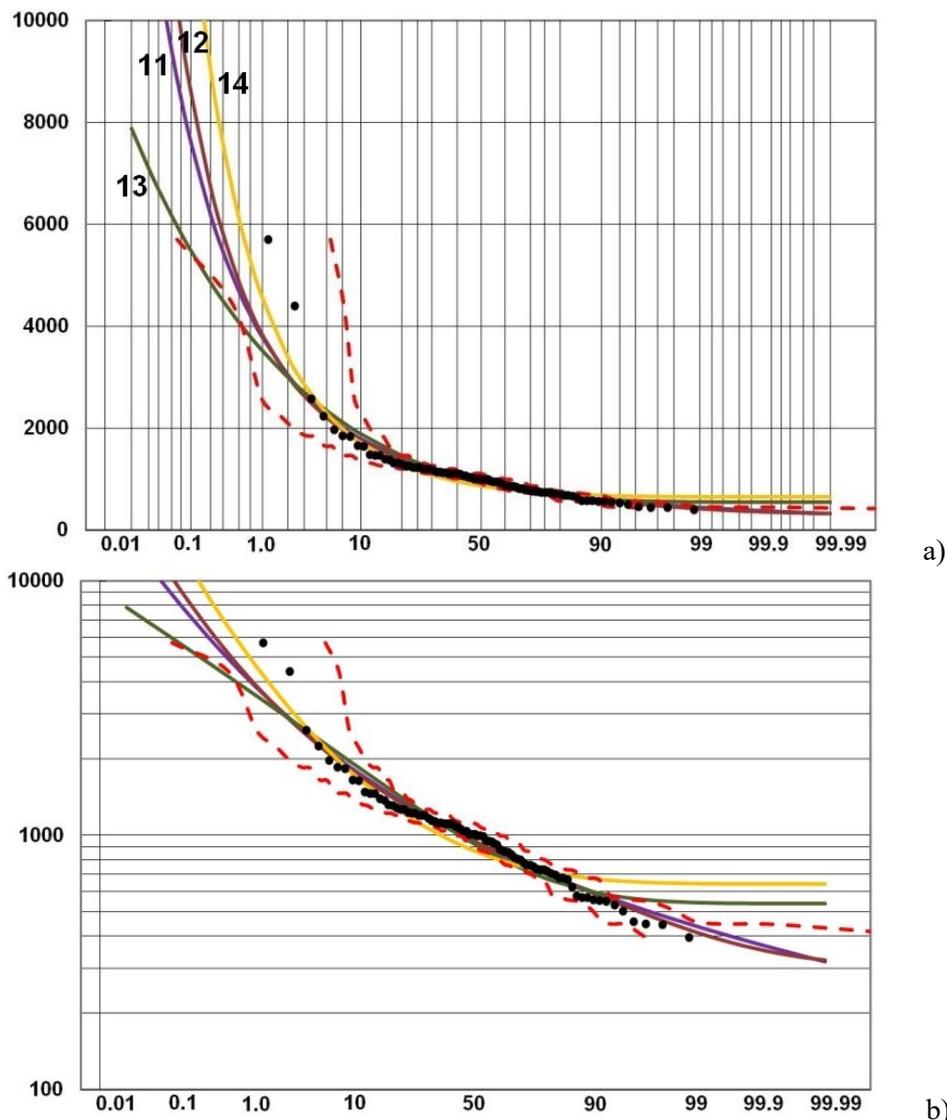


**Рисунок 3.** Кривые обеспеченности максимальных срочных расходов на посту реки Ия – город Тулун, эмпирическая (точки) и аналитические: а) построенные по альтернативной схеме на нормализующей клетчатке (7 – трехпараметрическая логнормальная с калибровкой по  $\omega$ , 8 – трехпараметрическая логнормальная с калибровкой по  $s$ , 9 – функционально-нормальная СЗ с калибровкой по  $\omega$ , 10 – функционально-нормальная СЗ с калибровкой по  $s$ ); б) то же при логарифмическом масштабе по вертикальной оси.

Красный пунктир – границы доверительного интервала эмпирической кривой 5-95% обеспеченности

**Figure 3.** Probability curves of annual maximum runoff at the gauging station Iya – Tulun. Empirical (points) and analytical: a) constructed according to an alternative scheme on the normalizing fiber (7 – three-parameter log-normal with calibration according to  $\omega$ , 8 – three-parameter log-normal with calibration  $s$ , 9 – functionally normal C3 with calibration according to  $\omega$ , 10 – functionally normal C3 with calibration according to  $s$ ); b) the same with a logarithmic scale along the vertical axis.

Red dotted line – the confidence interval boundaries of the empirical curve of 5-95% probability



**Рисунок 4.** Кривые обеспеченности максимальных срочных расходов на посту реки Ия – город Тулун, эмпирическая (точки) и аналитические: а) построенные по рекомендациям литературных источников с использованием метода L-моментов (11 – GEV, 12 – GLO, 13 – GPD, 14 – Pareto); б) то же, при логарифмическом масштабе по вертикальной оси. Красный пунктир – границы доверительного интервала эмпирической кривой 5-95% обеспеченности

**Figure 4.** Probability curves of annual maximum runoff at the gauging station Iya – Tulun. Empirical (points) and analytical: a) curves, according to the recommendations of literary sources using the L-moments method (11 – GEV, 12 – GLO, 13 – GPD, 14 – Pareto); b) the same, with a logarithmic scale along the vertical axis. Red dotted line - the confidence interval boundaries of the empirical curve of 5-95% probability

В то же время нельзя не отметить, что оба этих варианта модели полностью лежат в пределах границ доверительных интервалов, то есть удовлетворяют всем используемым формальным критериям к моделям, и с наибольшими основаниями могут быть приняты для использования в инженерных расчетах. Однако и в этих вариантах аналитические оценки

обеспеченности расходов 1984 и 2019 годов в 1,3-2,0 раза занижены по сравнению с эмпирическими, что соответственно до 2 раз увеличивает расчетный период повторяемости таких паводков по сравнению с наблюдениями.

Вариант расчетной кривой под номером 1, включающий кривую Пирсона III типа и её параметризацию методом моментов, большей

частью лежит за пределами границ доверительного интервала и в целом имеет форму, сильно отличающуюся от эмпирической кривой. Особенно важным аспектом является наличие для этого варианта нижней границы расходов, ниже которой лежит более 30% эмпирических точек. Вариант расчетной кривой под номером 14, включающий кривую Pareto и параметризацию методом L-моментов, имеет аналогичные, хотя и слабее выраженные, недостатки – в частности 14% точек эмпирической кривой лежат ниже нижнего предела аналитической. Относительно хорошо лежащие в границах доверительного интервала и достаточно высоко оцениваемые по критериям варианты под номерами 4, 11 и 12 дают аналитические оценки обеспеченности паводков 1984 и 2019 годов в 4-5 раз ниже эмпирических.

Несмотря на наличие нескольких вариантов расчетных кривых, удовлетворяющих почти всем требованиям в совокупности, качественно решить на их основе поставленную задачу не удастся. Все отобранные варианты в расчетной области малых обеспеченностей существенно отклоняются от эмпирических точек наивысших паводков вниз. Это означает, что по результатам расчетов следует трактовать паводки как 1984 года, так и 2019 года как весьма редкие события, а их сочетание в пределах периода наблюдений продолжительностью 84 года – как исключительно редкое. Диапазон оценок периодов повторяемости паводков 1984 и 2019 годов по наилучшим вариантам кривых (под номерами 8 и 10) составляет около 62 и 135 лет, соответственно. Эта оценка могла бы считаться приемлемой, но, как указано выше, эти варианты расчета не являются, по сути, моделями. Они практически не имеют рационального обоснования и должны рассматриваться лишь как прием математического сглаживания эмпирической зависимости. Между тем, имеющиеся наблюдения на посту реки Ия – город Тулун, экспертное обобщение данных наблюдений по соседним постам и исторических сведений о событиях в регионе указывают, что период повторяемости экстремальных дождевых паводков имеет порядок 1 раз в 50 лет.

### Обсуждение результатов

Таким образом, на данном этапе исследования использован практически полный арсенал средств стохастической гидрологии, направленный на получение вероятностных оценок экстремальных значений гидрологических характеристик непосредственно на основе эмпирических данных наблюдений за оцениваемыми характеристиками. Использован широкий спектр законов распределения вероятностей и практически весь известный набор методов аппроксимации кривых обеспеченности. В результате получено несколько вариантов одномерной вероятностной модели максимальных годовых расходов воды – расчетных кривых обеспеченности, которые удовлетворительно, с точки зрения набора формальных оценок, описывают эмпирическую кривую распределения максимальных годовых расходов на посту реки Ия – город Тулун.

Однако, диапазон аналитических оценок обеспеченности расходов наибольших за период наблюдений паводков 1984 и 2019 годов, полученный по вариантам расчетных кривых, не включает в себя эмпирические оценки их обеспеченности, охватывая существенно более низкие значения. Причем наиболее близкие к эмпирическим оценки (тоже заметно заниженные) имеют наименьшее содержательное обоснование, являясь результатом прямой аналитической аппроксимации исходных данных. Экспертная оценка региональных данных о выдающихся паводках, включая как данные регулярных наблюдений на сети, так и сведения из других источников, заставляет предположить, что полученные результаты ориентируют на недооценку паводковой опасности в регионе.

Таким образом, задача построения аналитической кривой распределения максимальных расходов воды, надежно аппроксимирующей выборку эмпирических данных и позволяющей дать обоснованную и реалистичную оценку обеспеченности экстраординарных паводков в бассейне реки Ия, не решена. Причиной этого, очевидно, является сложность процессов формирования стока в регионе, существенные различия механизмов и

условий развития рядовых и выдающихся паводков. Это приводит к статистической неоднородности выборок максимальных расходов, которые не могут быть корректно описаны в рамках применения одномерных трехпараметрических законов распределения.

Судя по результатам, эта задача и не может быть решена на основе чисто статистического подхода и при ограниченности исходных данных. Для решения задачи оценки вероятности выдающихся паводков в таких условиях наиболее целесообразным представляется использование

динамико-стохастического моделирования на основе физически-обоснованной модели стока.

### Финансирование

Работа выполнена в рамках темы № 0147-2019-0001 (№ государственной регистрации АААА-А18-118022090056-0) Государственного задания ИВП РАН и темы № FUGS-2019-0003 (№ государственной регистрации АААА-А17-117041910172-4) Государственного задания ИГ СО РАН им. В.Б. Сочавы.

### Литература

Виноградов А.Ю., Догановский А.М., Обязов В.А. Существующие проблемы гидрологических расчётов. Часть 1 // Гидросфера. Опасные процессы и явления. 2019. Т. 1. Вып. 1. С. 143-159. DOI: [10.34753/HS.2019.1.1.004](https://doi.org/10.34753/HS.2019.1.1.004).

Виноградов Ю.Б. Математическое моделирование процессов формирования стока. М.: Гидрометеиздат, 1988. 365 с.

Губарева Т.С. Типы распределений при оценке экстремальных паводков // Геоэкология. 2010. № 5. С. 446-457.

Губарева Т.С. Пространственные закономерности распределения паводков рек умеренного пояса Северного полушария // Известия Российской академии наук. Серия географическая. 2011. № 2. С. 65-77.

Губарева Т.С., Гарцман Б.И. Оценка параметров распределений экстремальных гидрологических величин методом L-моментов // Водные ресурсы. 2010. Т. 37. № 4. С. 398-407.

Иванько Я.М. Экстремальные природные явления исторического прошлого на территории Иркутской области. Иркутск: Изд-во ИГУ, 1997. 96 с.

Кичигина Н.В. Опасность наводнений на реках Байкальского региона // География и природные ресурсы. 2018. № 2. С. 41-51. DOI: [10.21782/GIPR0206-1619-2018-2\(41-51\)](https://doi.org/10.21782/GIPR0206-1619-2018-2(41-51)).

Кичигина Н.В. Опасность паводочных наводнений в бассейнах левых притоков Ангары // География и природные ресурсы. 2020. № 4.

### References

Greenwood J.A., Landwehr J.M., Matalas N.C., Wallis J.R. Probability weighted moments: Definition and relation to parameters of several distributions expressible in inverse form. *Water Resources Research*, 1979, vol. 15, iss. 5, pp. 1049-1054. DOI: [10.1029/WR015i005p01049](https://doi.org/10.1029/WR015i005p01049).

Gubareva T.S. Tipy raspredelenii pri otsenke ekstremal'nykh pavodkov [Types of probability distribution for extreme flood estimation]. *Geoekologiya [Geoecology]*, 2010, no. 5, pp. 446-457. (In Russian; abstract in English).

Gubareva T.S. Prostranstvennyye zakonomernosti raspredeleniya pavodkov rek umerennogo poyasa Severnogo polushariya [Spatial patterns of flood distribution on rivers in temperate zone of the Northern Hemisphere]. *Izvestiya Rossiiskoi akademii nauk. Seriya geograficheskaya [Izvestia of the Russian Academy of Sciences. Geographic series]*, 2011, no. 2, pp. 65-77. (In Russian; abstract in English).

Gubareva T.S., Gartsman B.I. Estimating distribution parameters of extreme hydrometeorological characteristics by L-moments method. *Water Resources*, 2010, vol. 37, iss. 4, pp. 437-445. DOI: [10.1134/S0097807810040020](https://doi.org/10.1134/S0097807810040020). (Russ. ed.: Gubareva T.S., Gartsman B.I. Otsenka parametrov raspredelenii ekstremal'nykh gidrologicheskikh velichin metodom L-momentov. *Vodnye Resursy*, 2010, vol. 37, no. 4, pp. 398-407).

Hosking J.R.M., Wallis J.R. *Regional Frequency Analysis. An Approach Based on L-Moments*.

С. 45-55. DOI: [10.21782/GIPR0206-1619-2020-4\(45-55\)](https://doi.org/10.21782/GIPR0206-1619-2020-4(45-55)).

*Многолетние данные о режиме и ресурсах поверхностных вод суши: в 3 т. Том 1. РСФСР: в 25 вып. Выпуск 13. Бассейн Ангары. Л.: Гидрометеиздат, 1986. 290 с.*

*Найденов В.И. Нелинейная динамика поверхностных вод суши. М.: Наука, 2004. 317 с.*

*Писаренко В.Ф., Болгов М.В., Осипова Н.В., Руквишникова Т.А. Применение теории экстремальных событий в задачах аппроксимации распределений вероятностей максимальных расходов воды // Водные ресурсы. 2002. Т. 29. № 6. С. 645-657.*

*Ресурсы поверхностных вод СССР: в 20 т. Т. 16. Ангаро-Енисейский район: в 3 вып. Вып. 2. Ангара. Л.: Гидрометеиздат, 1972. 593 с.*

*Greenwood J.A., Landwehr J.M., Matalas N.C., Wallis J.R. Probability weighted moments: Definition and relation to parameters of several distributions expressible in inverse form // Water Resources Research. 1979. Vol. 15. Iss. 5. Pp. 1049-1054. DOI: [10.1029/WR015i005p01049](https://doi.org/10.1029/WR015i005p01049).*

*Hosking J.R.M., Wallis J.R. Regional Frequency Analysis. An Approach Based on L-Moments. Cambridge: Cambridge University Press, 1997. 224 p. DOI: [10.1017/CBO9780511529443](https://doi.org/10.1017/CBO9780511529443).*

Cambridge, Cambridge Univers. Press, 1997, 224 p. DOI: [10.1017/CBO9780511529443](https://doi.org/10.1017/CBO9780511529443).

*Ivan'o Ya.M. Ekstremal'nye prirodnye yavleniya istoricheskogo proshlogo na territorii Irkutskoi oblasti [Extreme natural phenomena of the historical past on the territory of the Irkutsk region]. Irkutsk, Publ. IGU, 1997. 96 p. (In Russian).*

*Kichigina N.V. Opasnost' navodnenii na rekakh Baikal'skogo regiona [Floods hazards on the rivers of the Baikal region]. Geografiya i prirodnye resursy [Geography and natural resources], 2018, iss. 2, pp. 41-51. (In Russian; abstract in English). DOI: [10.21782/GIPR0206-1619-2018-2\(41-51\)](https://doi.org/10.21782/GIPR0206-1619-2018-2(41-51)).*

*Kichigina N.V. Opasnost' pаводоchnykh navodnenii v basseinakh levyykh pritokov Angary [Flood hazard within the basins of the left tributaries of the Angara]. Geografiya i prirodnye resursy [Geography and natural resources], 2020, no. 4. (In Russian; abstract in English). DOI: [10.21782/GIPR0206-1619-2020-4\(45-55\)](https://doi.org/10.21782/GIPR0206-1619-2020-4(45-55))*

*Mноголетние данные о режиме и ресурсах поверхностных вод суши: в 3 т. Том 1. РСФСР: в 25 вып. Выпуск 13. Бассейн Ангары. [Long-term data on the regime and resources of land surface waters: in 3 volumes. Volume 1. RSFSR: in 25 issues. Issue 13. Angara basin.] Leningrad, Publ. Gidrometeoizdat, 1986. 290 p. (In Russian).*

*Naidenov V.I. Nelineinaya dinamika poverkhnostnykh vod sushi [Nonlinear dynamics of land surface waters]. Moscow, Publ. Nauka, 2004. 318 p. (In Russian).*

*Pisarenko V.F., Bolgov M.V., Osipova N.V., Rukavishnikova T.A. Application of the theory of extreme events to problems of approximating probability distributions of water flow peaks *Water Resources*, 2002, vol. 29, iss. 6, pp. 593-604. (Russ. ed.: Pisarenko V.F., Bolgov M.V., Osipova N.V., Rukavishnikova T.A. Primenenie teorii ekstremal'nykh sobytii v zadachakh approksimatsii raspredelenii veroyatnosti maksimal'nykh raskhodov vody. *Vodnye Resursy*, 2002, vol. 29, no. 6, pp. 645-657).*

*Resursy poverkhnostnykh vod SSSR: v 20 tomah. Tom 16. Angaro-Eniseiskii raion: v 3 vyp. Vyp. 2. Angara [USSR surface water resources: in 20 volumes. Volume 16. Angara-Yenisei region: in*

3 issues. Issue 2. Angara]. Leningrad, Publ. Gidrometeoizdat, 1972. 593 p. (In Russian).

Vinogradov A.Yu., Doganovsky A.M., Obyazov V.A. Sushchestvuyushchie problemy gidrologicheskikh raschetov. Chast' 1 [Existing issues of hydrology calculations. Part 1]. *Gidrosfera. Opasnye protsessy i yavleniya [Hydrosphere. Hazard processes and phenomena]*, 2019, vol. 1, iss. 1, pp. 143-159 (In Russian; abstract in English). DOI: [10.34753/HS.2019.1.1.004](https://doi.org/10.34753/HS.2019.1.1.004).

Vinogradov Yu.B. *Matematicheskoe modelirovanie protsessov formirovaniya stoka [Mathematical modeling of runoff formation processes]*. Moscow, Publ. Gidrometeoizdat, 1988. 365 p. (In Russian).