

УДК 911.2

DOI: 10.34753/HS.2022.4.2.149

ЭМПИРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЗВЕШЕННЫХ НАНОСОВ ПО ГЛУБИНЕ КРУПНЫХ РЕК

В.А. Иванов¹, С.Р. Чалов^{1,2}¹МГУ имени М.В. Ломоносова, г. Москва, Россия²Казанский (Приволжский) федеральный
университет, г. Казань, Россия

viktoro.1998@yandex.ru

EMPIRICAL MODEL OF SUSPENDED SEDIMENTS VERTICAL DISTRIBUTION FOR BIG RIVERS

Victor A. Ivanov¹, Sergey R. Chalov^{1,2}¹Lomonosov MSU, Moscow, Russia²Kazan Federal University, Kazan, Russia

viktoro.1998@yandex.ru

Аннотация. Мутность воды, или концентрация взвешенных наносов, является одной из основных характеристик водного потока. Данный параметр является необходимой водохозяйственной характеристикой речного потока для прогнозирования русловых переформирований. Мутность воды является нормативной характеристикой качества воды для хозяйственного использования, поскольку с частицами взвеси переносится множество патогенных микроорганизмов и сорбируются тяжелые металлы, а повышенные значения мутности губительны для многих видов водных организмов. Данная высокая социально-экономическая и гидролого-экологическая значимость актуализирует изучение точности оценок взвешенных наносов и их пространственного распределение внутри поперечного сечения реки. В данной статье были рассмотрены особенности распределения мутности воды и их гидравлических факторов на реках России (Лена, Обь, Енисей, Колыма, Дон, Кубань, Терек, Селенга). Так, были обработаны 78 измерений поперечных профилей потока, выполненных Акустическим Доплеровским Профилографом Течений RiverRay 600 kHz, в сумме составивших 40 079 вертикальных распределений обратного рассеяния лучей прибора по глубине, переведенных в единицы весовой мутности. Для всех измерений был выполнен расчет среднего числа Рауза для поперечного профиля, и далее – для частных вертикалей через введение переводного коэффициента. В результате были получены

Abstract. The suspended sediment concentration (SSC) is one of the main characteristics of the water flow. This parameter is a necessary water management characteristic of the river flow for forecasting channel transformations. Furthermore, SSC is a normative characteristic of water quality, because of many pathogenic microorganisms are transported with suspended particles and heavy metals are sorbed, and increased SSC values are pure for many types of aquatic organisms. This high socio-economic and hydrological-ecological significance actualizes the study of the SSC accuracy of estimates and their spatial distribution within the cross-section of the river. This study presents the distribution of water turbidity and hydraulic parameters on the Russia rivers (Lena, Ob, Yenisei, Kolyma, Don, Kuban, Terek, Selenga). 78 measurements of river cross-sections made by the Acoustic Doppler Current Profiler RiverRay 600 kHz were made, that gave 40,079 vertical distributions of backscatter intensity, calculated into units of suspended sediment concentration. Thus, for all cross-sections and verticals the Rouse number was calculated. 78 models of vertical suspended sediments concentration distribution as a function of depth, flow velocity and particle diameter were obtained. For 8 models, the correlation coefficients to the measured values were more than 0.9. For these calculations the authors developed a software in the programming language R, which input parameters were raw data of measurements by ADCP, and the result of calculations was suspended sediments and hydraulic characteristics of the flow. These models, that was developed by machine learning technics, are

78 моделей вертикального распределения мутности как функция глубины вертикали, скорости потока и диаметру частиц. Для 8 моделей коэффициенты корреляции к измеренным значениям составили более 0,9. Для произведения данных расчетов авторами статьи было разработано программное обеспечение на языке программирования R, для которого входными параметрами являлись сырые данные измерений, а результатом расчетов являлись мутностные и гидравлические характеристики потока. Указанные модели, полученные при помощи машинного обучения, рекомендованы для дальнейшего применения при изучении особенностей движения взвешенных наносов больших рек.

Ключевые слова: Акустический Доплеровский Профилограф Течения; мутность; косвенные методы; русловые процессы; качество воды; обратное рассеяние; число Рауза.

Введение

Акустические методы в гидрологии основаны на оценке скорости потока в единице объема воды путем измерения доплеровского смещения частоты ультразвукового сигнала, излучаемого прибором Акустический Доплеровский Профилограф Течения (далее – АДПТ) и отраженного от взвешенных веществ в этом объеме. Для измерения расхода воды АДПТ устанавливается на движущейся лодке или другом судне и передает акустические сигналы в толщу воды в направлении дна реки. Эхо-сигналы, отраженные от мелких частиц минерального и органического вещества, называются интенсивностью обратного рассеяния. Последнее впоследствии приписывается различным глубинам в пределах измеренного диапазона до дна, что приводит к вертикальному профилю обратного рассеяния и скорости. Кроме того, обычно АДПТ дополнительно оснащены эхолотами и GPS-приемниками, которые позволяют проводить измерения в локальной (путем отслеживания дна реки) и глобальной системе координат [Mueller et al., 2013]. Результаты

recommended for further use in studying the features of the movement of suspended sediments of large rivers.

Keywords: Acoustic Doppler Current Profiler; suspended sediments concentration; remote sensing; channel processes; water quality; backscatter intensity; Rouse number.

первых применений акустических методов для измерения концентрации взвешенных наносов выявили большой потенциал этого подхода [Thorne et al., 1991; Deines, 1999; Holdaway et al., 1999; Mullison, 2017]. Во многих работах были попытки учесть погрешности, связанные с диаметром и формой частиц, что также непосредственно влияет на параметр обратного рассеяния [Thorne, Hanes, 2002; Thorne, Meral, 2008; Hanes, 2012; Moore et al., 2013]. Акустический метод широко использовался для изучения крупных приливных рек [Wall, Nystrom, Litten, 2006], слияний рек [Szupiany et al., 2009; Hackney et al., 2018; Szupiany et al., 2019], оценки стока наносов во время паводков [Guerrero, Federico, 2018]. Акустический метод во многом позволил лучше понять пространственное и временное распределение мутности, а сам по себе данный метод является более быстрым и дешевым по сравнению с традиционными методами [Latosinski et al., 2014; Topping, Wright, 2016]. На сегодняшний день существует множество региональных исследований, в которых акустический метод применяется с некоторыми эмпирическими дополнениями для

рек и эстуариев по всему миру. Тематические исследования были посвящены дельте реки Махакам в Индии [Sassi, Hoitink, Vermeulen, 2012], таким крупным рекам, как река Фрейзер в Канаде [Venditti et al., 2016], Дунай [Pomázi, Baranya, 2020], Рона [Sakho et al., 2019] и малым рекам Анатолийского полуострова [Elçi, Aydın, Work, 2009]. Существует множество исследований о применении АДПТ для мониторинга качества воды [Moore et al., 2013; Aleixo et al., 2020]. Значительная часть исследований предусматривает сравнение акустических и других косвенных методов, таких как лазерная дифракция и нефелометрия [Agrawal, Hanes, 2015; Pomázi, Baranya, 2020]. Измерение расхода АДПТ обеспечивает получение большого объема данных об обратном рассеянии и скорости, которые получаются при каждом измеренном поперечном профиле. На данный момент было разработано несколько программных средств для оценки концентрации взвеси по данным обратного рассеяния, например: STA, описанный в [Dominguez Ruben et al., 2020]; ASET, используемый в [Szupiany et al., 2016]; коммерческое программное обеспечение, такое как ViSea от Aquavision для обработки данных АДПТ. Тем не менее вышеупомянутое программное обеспечение в основном рассчитано на вычисление расхода взвешенных наносов и не производит обработку данных о концентрации наносов в поперечном сечении реки в сочетании с морфометрической и гидравлической информацией. Современные высокоуровневые языки программирования, такие как R, Python и так далее, представляют собой надежную основу для разработки такой методики, которая может улучшить понимание поведения наносов и связанных с ними гидрологических явлений.

Методы

Описание исходной базы данных

Для исследования распределения концентрации взвеси по поперечному сечению авторами была собрана база данных из 78 поперечных профилей рек, выполненных прибором River Ray 600 kHz, на реках Терек, Обь,

Колыма, Дон, Кубань, Енисей, Селенга и Лена (таблица 1). Для всех рек пробоотбор происходил в устьевых и предустьевых областях, в том числе и в рукавах дельт (Селенга, Дон, Кубань, Лена) (рисунок 1), что обуславливает разнообразие гидравлических условий, необходимых для определения общих закономерностей движения наносов в реках. Помимо измерений АДПТ производился отбор проб взвешенных наносов для всех рек в 2–9 точках по поперечному сечению рек насосом с лодки, определение мутности в пробах производилось гравиметрическим методом, определение диаметра взвеси происходило методом лазерной дифракции.

Таким образом, для анализа распределения мутности был собран массив данных, состоящий из 601 196 точек с известным значением мутности, расстоянием от берега, глубиной точки и профилем, а также значением скорости. Из 78 профилей только для 26 профилей имеются данные о гранулометрическом составе взвеси, среди которых данные о среднем диаметре взвеси (D_{50}), процентном содержании частиц определенного диаметра по [Караушев, 1977]: глины PM1 ($d < 0,001$ мм), песка PM100-1000 ($0,1 < d < 1$ мм).

Для всех профилей рассчитаны переменные – потенциальные предикторы стока наносов: относительная глубина от дна z (1), относительное расстояние от стрежня $dist_{norm}$ (2), нормированные значения скорости (3) и глубины вертикали (4, 5) (Рисунок 2).

$$z = \frac{h_b}{h} \quad (1)$$

где z – относительная глубина (0:1);
 h_b – расстояние от поверхности, м;
 h – глубина вертикали, м.

$$dist_{norm} = \frac{|dist_c - dist|}{dist_c} \quad (2)$$

где $dist_{norm}$ – относительное расстояние от стрежня;

$dist_c$ – расстояние от берега точки с максимальной глубиной, м (приближенная оценка стрежня);

$dist$ – расстояние от берега, м.

Таблица 1. Описание базы данных профилей.

Table 1. Study cross-sections main characteristics.

Река, год	Кол-во профилей	Расход воды, м ³ /с	Макс. глубина, м	Ширина реки, м	Ср. глубина, м	Ср. обр. рассеяние ДБ/м	Ср. скорость, м/с	Расход наносов, кг/с	Ср. число Рауза	Ср. диаметр взвеси, мм	Содержание глины*, %	Содержание песка**, %
Дон, 2021	12	59–597	2–9	346–559	1–6	22,2–98	0,09–1	10–82	0,15–1,55	0,11–0,27	2,1–2,3	17,8–23,2
Енисей, 2019	7	4 270–106 000	30–65	393–1 820	16–28	65,9–74	0,46–1,82	318–9 275	0,13–0,2	0,06	4,05	6,98
Колыма, 2019	2	8 160–8 800	12–16	2 801–3 090	6–7	60–61	0,48–1	490–556	0,24–0,3	–	–	–
Кубань, 2021	12	3–121	2–6	8–127	2–4	76–87	0,05–0,43	0–16	0,21–1,27	0,03	8,2	0
Обь, 2018, 2019		12 000–34 000	21–28	1 720–2 260	10–13	67–84	0,58–1,07	1 478–2 736	0,21–0,49	0,09–0,22	3,23–7,91	3,63–24
Селенга, 2018	11	274–2 680	2–10	70–399	2–5	97–108	0,54–2	59–564	0,81–2,76	0,01–0,02	34,3–45,17	0,17–5,87
Терек, 2020	23	193–253	3–5	73–145	2–3	87–94	0,74–0,96	27–35	0,63–1,2	0,06–0,07	14–17,85	16,8–18,45
Лена, 2022	2	2 317–33 630	10–37	1 074–1 567	6–21	82–86	0,46–1	296–3 812	0,43–2,46	0,04–0,04	5,27–5,67	0,17–0,77

* глина по [Караушев, 1977] средний диаметр <0,001 мм, РМ1

** песок по [Караушев, 1977] средний диаметр от 0,1 до 1 мм, РМ100-1000

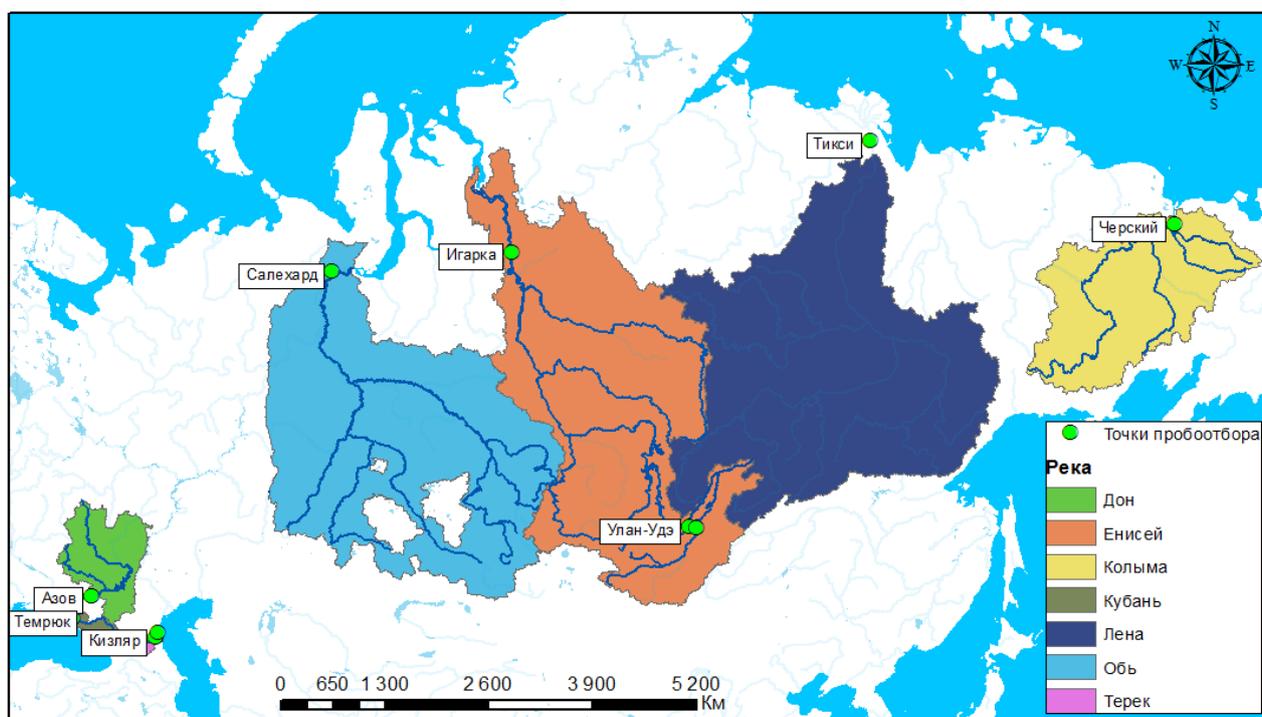


Рисунок 1. География исходных данных для анализа.

Figure 1. Study rivers watersheds mapping.

$$norm_v = \frac{v_{ij}}{v_{cp}} \quad (3)$$

где $norm_v$ – относительная скорость;

v_{ij} – среднее значение скорости в точке с

расстоянием от берега i и глубиной j ;

v_{cp} – среднее значение скорости профиля.

$$norm_{h_{mean}} = \frac{h_{ij}}{\sum \frac{h_{ij}}{n}} \quad (4)$$

где $norm_{h_{mean}}$ – стандартизированная глубина вертикали по среднему значению глубины поперечного профиля реки.

$$norm_{h_{max}} = \frac{h_{ij}}{\max(\frac{h_{ij}}{n})} \quad (5)$$

где $norm_{h_{max}}$ – стандартизированная глубина вертикали по максимальному значению глубины поперечного профиля реки.

Также стоит отметить, что в случае нижнего предела расчета концентрации в исходной формуле Рауза используется глубина $a=2D_{50}$, которую приближенно можно считать за границу разделения между влекомым и взвешенным стоком. В данном слое существует переход от влекомого к взвешенному перемещению частиц, ниже данной границы происходит в том числе грядовое движение наносов, а также располагаются неподвижные русловые отложения (рисунок 2). При измерениях АДПТ в нижней части профиля образуется область неопределенных значений, связанная с особенностью работы прибора. Увеличивающаяся в зависимости от максимальной глубины вертикали, данная глубина была принята за граничное значение a , что сводит задачу данной работы к исследованию распределения мутности в пределах измерения АДПТ. В данном слое по большей части также

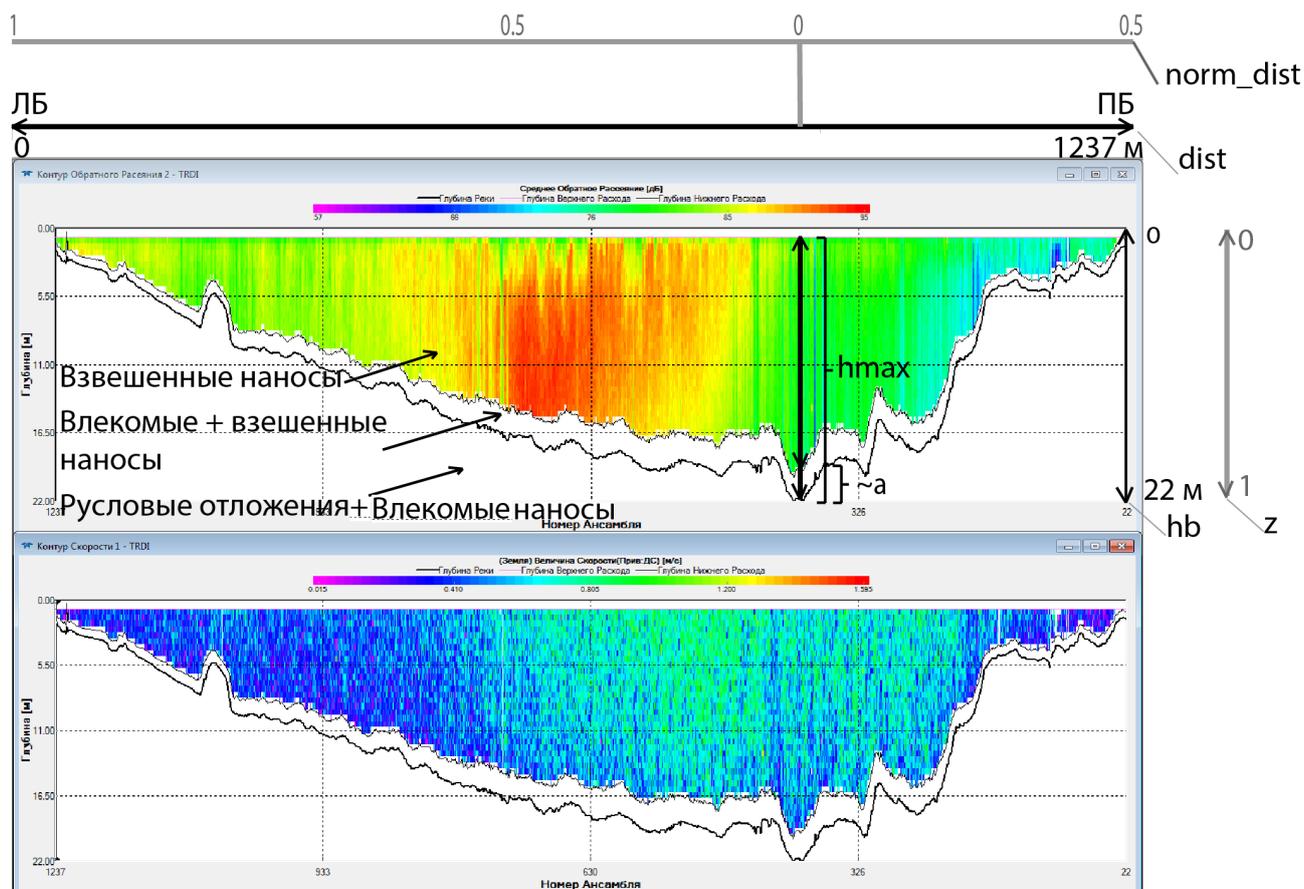


Рисунок 2. Основные гидрометрические метрики для поперечного профиля реки Обь в городском поселке Салехард 12.06.2018.

Figure 2. Main hydraulic and morphometric characteristics of cross-section of the Ob River in Salekhard 12.06.2018.

происходит движение наносов в виде взвеси. Экстраполяция значений мутности в данную область не производилась во избежание крупных просчетов. Слой неизменяемых значений у дна составляет обычно около 10% площади поперечного сечения, а сама величина a зависит от глубины и составляет около 10% от глубины вертикали.

По данным измерений МГУ за период с 2018 по 2019 год для рек Обь и Енисей была получена зависимость (6) между обратным рассеянием АДПТ RiverRay 600kHz и значением весовой мутности в тех же точках поперечного профиля при совместных измерениях. Данные измерений на реке Обь, основного русла реки Енисей и протоки Игарской за разные сезоны были объединены для создания более устойчивой зависимости и покрытия наибольшего интервала значений. В данной ситуации автор не видит противоречий в создании единой зависимости для обеих рек, так как современные исследования свидетельствуют о том, что местные условия, такие как цветность воды, скорость течения, имеют ограниченное влияние на данную характеристику [Deines, 1999], а все измерения концентраций наносов и расходов воды проводились теми же приборами по аналогичной методике. Но тем не менее стоит отметить, что зависимость (6) все-таки носит характер регионального обобщения в рамках больших рек Обь и Енисей, чей диапазон средней скорости течения составляет 0,46–1,82 м/с, обратное рассеяние 65,9–84 ДБ/м, средний диаметр взвеси 0,06–0,22 мм. Корреляция данной зависимости достаточно высокая, 0,7, а коэффициент детерминации равен 0,53.

$$SSC_{ADCP} = 10^{(0,914+0,014S_v)} \quad (6)$$

где SSC_{ADCP} – мутность в ячейке АДПТ;
 S_v – обратное рассеяние.

Выведение эмпирической зависимости распределения мутности по глубине

Разнообразие функций распределения мутности во многом заложено в изменчивости числа Рауза между вертикалями. В свою очередь число Рауза является гидравлическим

показателем, характеризующим взвесенесущий поток в целом. Данный показатель, являясь показателем степени при значении относительной глубины z определяет скорость роста мутности ко дну (рисунок 3). Физический смысл данного показателя состоит в соотношении подъемных сил, действующих на частицы в потоке, связанных с динамическим напором и турбулентность потока, и силы тяжести. Исходя из данных положений, имеет смысл рассматривать изменчивость мутности в трех масштабах (рисунок 3). Безразмерное «измеренное» число Рауза в некотором роде может помочь унифицировать влияние этих факторов на форму кривой вертикального распределения мутности и избежать большого числа предикторов.

На первом (I) уровне среднее число Рауза поперечного профиля реки предлагается рассматривать как функцию гидравлических и гидрометрических параметров потока, что отражает гипотезу о том, что распределение мутности внутри поперечного профиля отражает эмерджентные характеристики потока. Так, форма кривой вертикального распределения мутности может зависеть, например, от расхода воды, средней мутности потока, средней скорости потока, гранулометрического состава взвеси и прочих характеристик реки в конкретном гидрометрическом створе.

Второй уровень масштабирования (II) характеризует влияние локальных условий конкретной вертикали на распределение мутности. Предикторами в данном случае могут выступать глубина вертикали, ее близость к стрежню, средняя мутность на вертикали. В данном исследовании, влияние локальных факторов будет учитываться в совокупности с первым уровнем масштабирования (I), как коэффициент приведения α_i перед «средним значением числа Рауза для поперечного профиля» Ro . Другими словами, значение числа Рауза на вертикали будет рассчитано как произведение среднего значения числа Рауза Ro на поперечном профиле и коэффициента приведения α_i для каждой i вертикали.

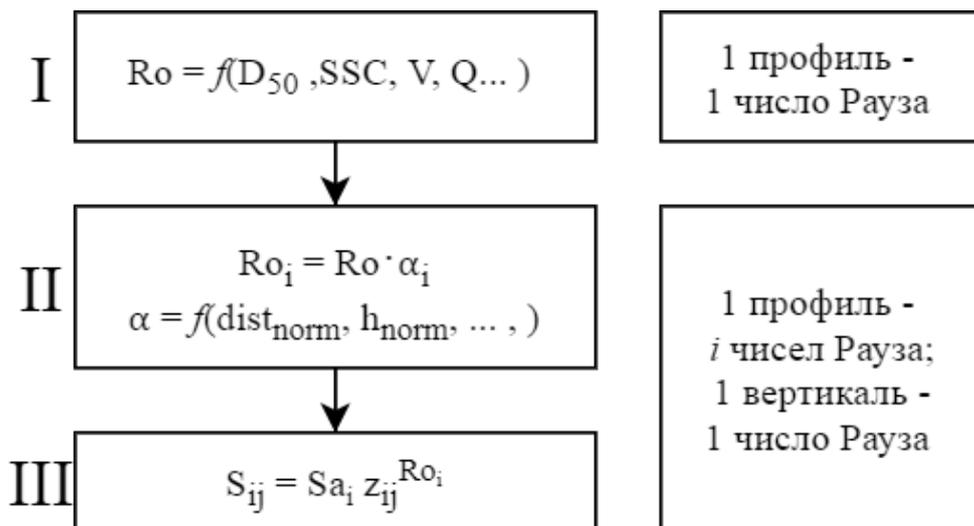


Рисунок 3. Схема исследования распределения взвеси по поперечному профилю.

Figure 3. Flowchart of the study of suspended sediment distribution.

Примечание: R_o – среднее число Рауза для поперечного профиля реки; D_{50} – средний диаметр взвеси по профилю; SSC – среднее значение мутности профиля; V – средняя скорость реки в конкретном гидрометрическом створе; Q – расход воды; α_i – переходный коэффициент при среднем значении числа Рауза для вертикали; z_{ij} – относительная глубина j на вертикали (ансамбле) i ; $dist_{norm}$ – относительное расстояние от стрежня; h_{norm} – относительная глубина.

На третьем уровне (III) для разрешения вопроса о различных диапазонах значения мутности у каждой вертикали необходим ввод переменной для стандартизации значений мутности. Такой переменной служит придонное значение мутности на глубине a по каждой вертикали. В случае данного исследования будет применен тот же прием, что и в статье [Rouse, 1936]. Это кроме преемственности формул может быть обосновано тем, что именно мутность у дна, в отличие поверхностных и средних значений, имеет неравномерное распределение по поперечному профилю реки, что отчасти также является предиктором вертикального распределения мутности.

Результаты

Моделирование среднего числа Рауза по поперечному профилю

В данном исследовании поиск значения числа Рауза был произведен численно, опираясь на измеренные данные мутности, полученные из данных измерений обратного рассеяния с помощью АДТП. Такое значение числа Рауза принято называть «измеренным». Средствами машинного обучения – методом линейной

регрессии отдельно для каждого профиля и вертикали – значение числа Рауза было рассчитано как свободный коэффициент в зависимости (7). Для данной, и для всех последующих задач машинного обучения, был задействован язык программирования R, который уже в базовой сборке имеет функцию $lm()$. Решение задачи поиска значения числа Рауза как свободного коэффициента в зависимости (7) в функции $lm()$ реализовано методом наименьших квадратов. Подразумевая возможность нелинейности связи между средним значением числа Рауза и морфометрическими факторами над всеми предикторами, было выполнено действие возведение в квадрат, куб, а также все возможные комбинации сумм между ними.

$$R_{o_i} = f\left(\log_z \frac{S}{S_a}\right) \quad (7)$$

Таким образом, было получено 40 079 значений чисел Рауза. Основная часть чисел Рауза лежит в диапазоне от 0 до 5. Исключительно для понимания диапазона полученных значений была выполнена визуализация средних значений чисел Рауза вертикали по относительному расстоянию от стрежня (рисунок 4).

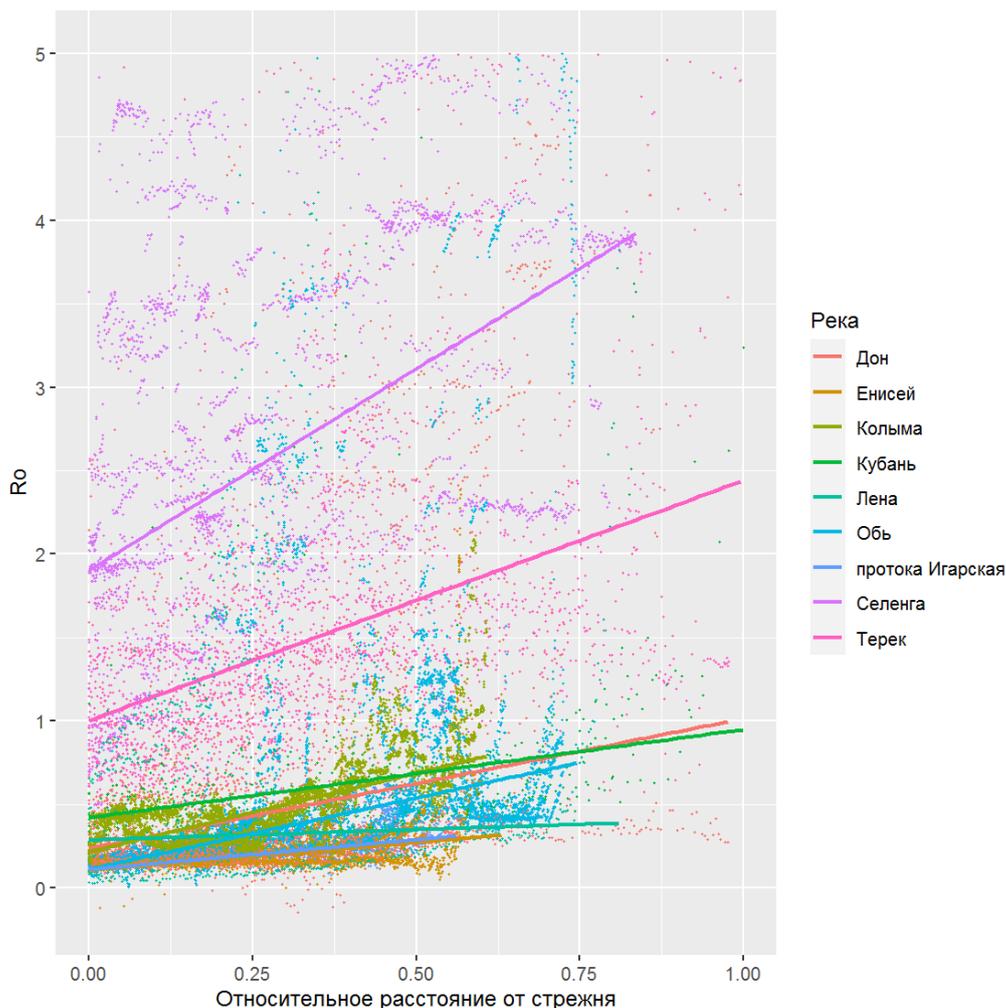


Рисунок 4. Распределение числа Рауза для вертикалей изучаемых рек по данным ADCP в зависимости от относительного расстояния от стрежня.

Figure 4. Distribution of the Rouse number for the verticals of the studied rivers according to ADCP data, depending on the relative distance from the midstream.

Для поиска наиболее важных предикторов среднего числа Рауза (8), на первом уровне масштабирования была составлена корреляционная матрица для 26 профилей, для которых имеются данные о гранулометрическом составе взвеси (рисунок 5). Из данной коррелограммы видно, что многие гидрометрические параметры тесно скоррелированы между собой и имеют хорошую

корреляцию со средним числом Рауза ($r > 0,6$). Наиболее сильными предикторами для числа Рауза являются средняя мутность поперечного профиля ($r = 0,9$) и доля глины PM1 ($r = 0,8$). Формулы, составленные методом регрессии, имеющие ($r > 0,8$) представлены в Таблице 2.

$$Ro = \sum Ro_i \quad (8)$$

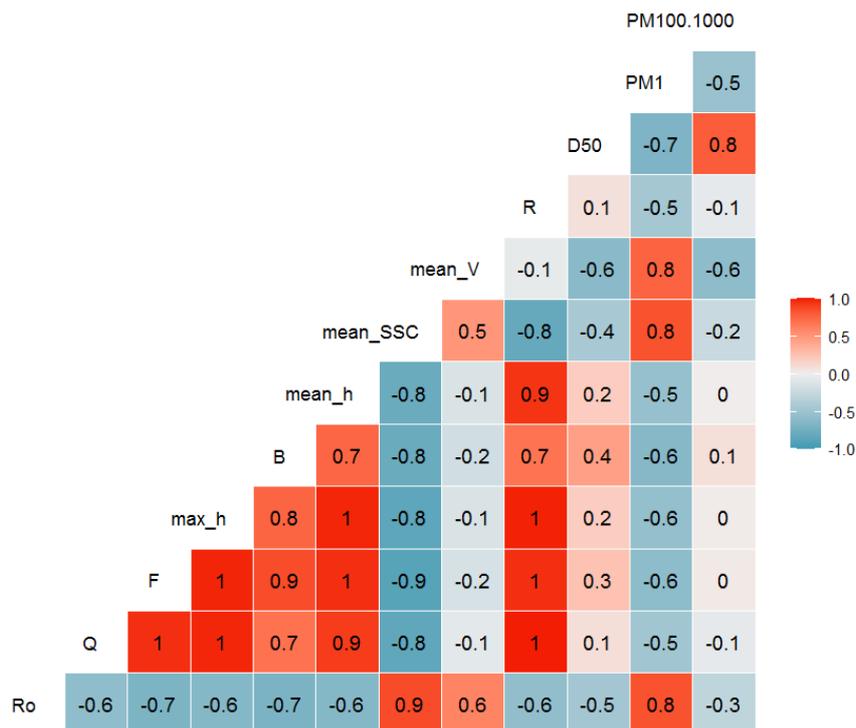


Рисунок 5. Корреляционная матрица для гидрометрических параметров профилей.

Figure 5. Correlation matrix for hydrometric parameters of cross-sections.

Примечание: *Ro* – число Рауза; *Q* – расход воды; *F* – площадь сечения; *max_h* – максимальная глубина; *B* – ширина реки; *mean_h* – средняя глубина; *mean_SSC* – средняя мутность; *mean_V* – средняя скорость потока; *R* – расход наносов, *D50* – средний диаметр взвеси; содержание частиц определенного диаметра по [Караушев, 1977] глины PM1 ($d < 0,001$ мм), песка PM100-1000 ($0,1 < d < 1$ мм).

Таблица 2. Уравнения регрессии для предсказания среднего числа Рауза профиля.

Table 2. Regression equations for predicting the average Rouse number of cross-section.

Название модели	Уравнение	r^*
Модель 1	$Ro = 1,132 + 0,002 \cdot PM1^2$	0,81
Модель 2	$Ro = 0,572 + 0,097 \cdot PM1$	0,84
Модель 3	$Ro = 0,515 + 0,094 \cdot (PM1 + mean_v)$	0,81
Модель 4	$Ro = 0,395 + 0,0000005 \cdot mean_SSC^3$	0,91
Модель 5	$Ro = -0,172 + 0,0001 \cdot (mean_SSC^2 + PM1)$	0,87
Модель 6	$Ro = -0,173 + 0,0001 \cdot (mean_SSC^2 + mean_v)$	0,85
Модель 7	$Ro = -0,173 + 0,0001 \cdot mean_SSC^2$	0,91
Модель 8	$Ro = 0,912 + 0,002 \cdot (mean_SSC + PM1^2)$	0,82
Модель 9	$Ro = -1,130 + 0,022 \cdot (mean_SSC + PM1)$	0,86
Модель 10	$Ro = -1,143 + 0,022 \cdot (mean_SSC + PM1 + mean_v)$	0,82
Модель 11	$Ro = -1,364 + 0,026 \cdot (mean_SSC + mean_v)$	0,83
Модель 12	$Ro = -1,345 + 0,027 \cdot mean_SSC$	0,86
Модель 13	$Ro = 1,132 + 0,002 \cdot (PM1^2 + D50)$	0,80

* Коэффициент корреляции между средним значением числа Рауза для профиля и полученным по моделям, указанных в первых двух столбцах.

Моделирование локальных значений числа Рауза для отдельных вертикалей

Для моделирования неоднородности транспорта наносов в пределах конкретных поперечных профилей рек и вертикального распределения взвеси на вертикали, был выполнен расчет коэффициента приведения α_i при среднем числе Рауза для поперечного профиля (как второй уровень масштабирования):

$$S_{ij} = S\alpha_i Z_{ij}^{\alpha_i R_o} \quad (9)$$

$$\alpha_i = \frac{R_{o_i}}{R_o} \quad (10)$$

где S_{ij} – мутность в точке ij ;

i – вертикаль (ансамбль);

j – точка с известной глубиной на вертикали i ;

$S\alpha_i$ – максимальная мутность на вертикали i ;

α_i – уточняющий коэффициент при числе Рауза, зависящий от параметров вертикали i ;

R_o – среднее число Рауза для поперечного профиля реки;

R_{o_i} – число Рауза для вертикали i .

Для α_i также была составлена коррелограмма морфометрических факторов вертикалей (рисунок 6). По данному графику можно сказать, что коэффициент корреляции α_i с $norm_dist$ положительный (0,3), а с параметрами глубины вертикали – отрицательный (-0,3, -0,4, -0,5) по (h , h_norm_max , h_norm_mean) соответственно. Иными словами, прибрежным зонам, в целом, характерен более крутой вид профилей мутности и, соответственно, более высокие градиенты роста мутности ко дну.

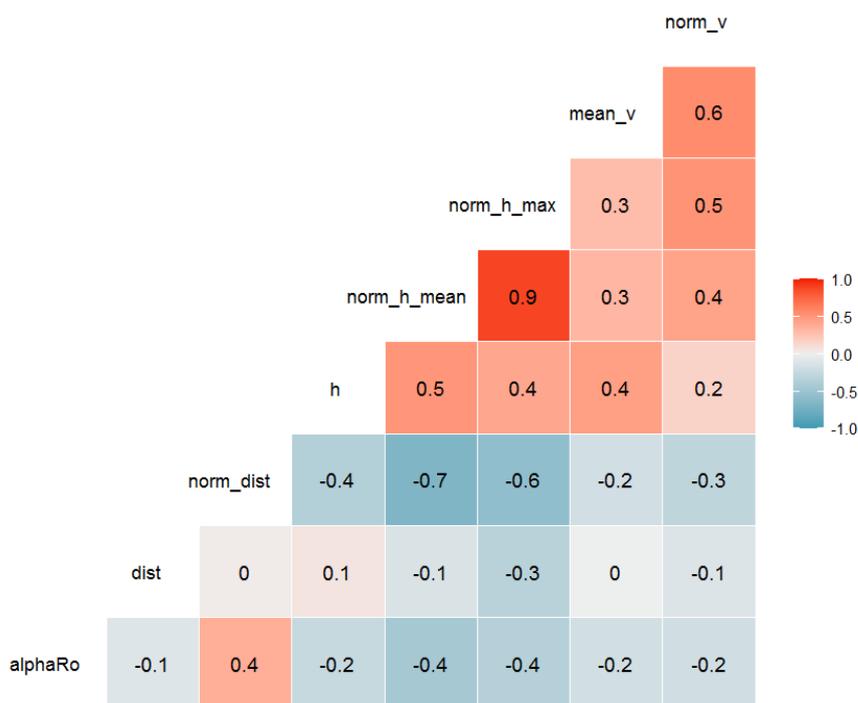


Рисунок 6. Корреляционная матрица для гидрометрических параметров вертикалей и коэффициента приведения для среднего числа Рауза α .

Figure 6. Correlation matrix for hydrometric parameters of verticals and reduction coefficient for the average Rouse number α .

Примечание: $norm_dist$ – относительное расстояние от стрежня; h – глубина вертикали; $norm_h_mean$ – стандартизированная по среднему максимальная глубина профиля; $norm_h_max$ – стандартизированная по среднему максимальная глубина профиля; $mean_v$ – средняя скорость течения на вертикали; $norm_v$ – относительная скорость.

Таблица 3. Уравнения регрессии для оценки уточняющего коэффициента при числе Рауза α .**Table 3.** Regression equations for predicting the reduction coefficient for the average Rouse number α .

Название модели	Уравнение
Модель 1	$\alpha=2,486-1,129 \cdot (norm_h_mean+norm_v)$
Модель 2	$\alpha=2,236-0,882 \cdot (norm_h_mean+norm_h_max)$
Модель 3	$\alpha=2,241-1,407 \cdot norm_h_mean$
Модель 4	$\alpha=2,066-2,058 \cdot norm_h_max$
Модель 5	$\alpha=0,599+3,229 \cdot norm_dist^2$
Модель 6	$\alpha=0,293+2,426 \cdot norm_dist$

По данным регрессионного анализа были получены расчетные формулы, лучшие из которых с показателем ($r > 0,39$) представлены в таблице 3. Свободные коэффициенты были определены методом наименьших квадратов. В качестве предикторов использовались квадраты, кубы и суммы гидрометрических параметров вертикалей. Наибольшую корреляцию по сравнению с рассчитанными значениями α имеет Модель 3, зависимости α от стандартизированной по среднему максимальной глубины профиля $norm_h_mean$ (4) ($r = -0,48$).

Обсуждение результатов

На последнем этапе расчетов были выполнены преобразования, позволяющие объединить формулы, полученные для обоих исследовательских масштабов. Были задействованы 13 уравнений для среднего числа Рауза по профилю с коэффициентом корреляции с измеренными значениями более 0,8 (таблица 2) и 6 уравнений коэффициента приведения к вертикалям с коэффициентом корреляции более 0,39 (таблица 3). Полученные 78 возможных комбинаций рассмотрены далее как самостоятельные расчетные модели. Отбор лучших восьми моделей (таблица 4) был выполнен исходя из следующего принципа: отдельно для каждого профиля был рассчитан коэффициент корреляции между измеренными и рассчитанными значениями по всем моделям, далее для каждого поперечного профиля была выбрана лучшая модель по данной статистике. Так, из всех моделей восемь являются лучшими по показателю коэффициента корреляции между измеренными и смоделированными значениями хотя бы для одного профиля. Можно сказать, что

использование полученных формул наиболее рационально было бы производить в ансамбле, иначе говоря, необходимо производить моделирование по восьми моделям, после чего вычислять среднее значение.

Большая часть из отобранных моделей относится к тем, что используют в качестве предиктора для уточняющего коэффициента при числе Рауза $norm_h_max$ (42, 43, 44, 47, 51, 52), или используют сумму $norm_h_max$ и $norm_h_mean$ (19, 20). Реки Дон и Кубань хуже остальных поддались моделированию, коэффициенты корреляции между измеренными значениями составили 0,35–0,4. Возможно, это связано с тем, что данные о гранулометрическом составе взвеси получены здесь только по пробам, отобранным с поверхности, что не является репрезентативным для поперечных профилей. Для всех остальных рек коэффициент корреляции превышает 0,7. Для реки Обь наиболее подходящими оказались модели 19 и 20, с очень высокими коэффициентами корреляции более 0,89. Для реки Енисей лучше всего оказалась модель 44, в которой для среднего числа Рауза в качестве предикторов участвуют, $PM1$ и средняя мутность по профилю, – коэффициент корреляции близок к 1. Для большей части профилей по реке Селенга (для шести из девяти измерений) наиболее подходящим оказалось уравнение 43: кубическая зависимость числа Рауза от средней мутности профиля, а также вариации со средней мутностью и $PM1$. Для всех профилей реки Терек наиболее подходящая зависимость – 52, где распределение мутности по вертикали полностью увязано с факторами гранулометрического состава взвеси: $PM1$ и средний диаметр.

Таблица 4. Итоговые формулы для расчета концентрации взвеси в точке z .**Table 4.** Final models for suspended sediments concentration on depth z .

№	Модель
19	$S=Sa \cdot z^{((2,236-0,882 \cdot (\text{norm_h_mean}+\text{norm_h_max})) \cdot (-0,173+0,0001 \cdot (\text{mean_SSC}^2+\text{mean_v})))}$
20	$S=Sa \cdot z^{((2,236-0,882 \cdot (\text{norm_h_mean}+\text{norm_h_max})) \cdot (-0,173+0,0001 \cdot \text{mean_SSC}^2))}$
42	$S=Sa \cdot z^{((2,066-2,058 \cdot \text{norm_h_max}) \cdot (0,515+0,094 \cdot (\text{PM1}+\text{mean_v})))}$
43	$S=Sa \cdot z^{((2,066-2,058 \cdot \text{norm_h_max}) \cdot (0,395+0,0000005 \cdot (\text{mean_SSC}^3)))}$
44	$S=Sa \cdot z^{((2,066-2,058 \cdot \text{norm_h_max}) \cdot (-0,173+0,0001 \cdot (\text{mean_SSC}^2+\text{PM1})))}$
47	$S=Sa \cdot z^{((2,066-2,058 \cdot \text{norm_h_max}) \cdot (0,912+0,002 \cdot (\text{mean_SSC}+\text{PM1}^2)))}$
51	$S=Sa \cdot z^{((2,066-2,058 \cdot (\text{norm_h_max})) \cdot (-1,345+0,027 \cdot \text{mean_SSC}))}$
52	$S=Sa \cdot z^{((2,066-2,058 \cdot \text{norm_h_max}) \cdot (1,132+0,002 \cdot (\text{PM1}^2+\text{D50}^3)))}$

Заключение

В работе обсуждались вопросы распределения мутности по поперечному сечению больших рек, основываясь на данных косвенных измерений мутности с помощью АДПТ RiverRay 600 kHz. Используемые измерения МГУ в период с 2018 по 2021 год на 8 реках (Обь, Енисей, Колыма, Селенга, Дон, Кубань, Терек, Лена) позволили собрать базу данных из 78 поперечных профилей, всего 601 196 точек с определенной величиной обратного рассеяния, пересчитанной в мутность воды, и совмещенных с морфометрическими и гидравлическими параметрами русла и потока. Для обработки данных измерений АДПТ, заключающиеся в считывании файлов, расчетом гидродинамических и морфометрических характеристик профилей (в том числе чисел Рауза для вертикалей), создании моделей вертикального распределения мутности на базе машинного обучения (линейной регрессии) и визуализации результатов было разработано программное обеспечение на базе языка *R*. Так, в работе была обоснована и апробирована схема расчета числа Рауза, рассматриваемого в качестве гидравлического критерия формирования профилей мутности, на численном анализе данных АДПТ в трех масштабах.

Предложены модели расчета осредненных по поперечному сечению чисел Рауза, в основе которых стоят уравнения линейной регрессии от средней мутности вертикали, гранулометрического состава и скорости для

24 поперечных профилей больших рек. Было получено 13 уравнений для моделирования среднего числа Рауза для поперечного профиля с коэффициентом корреляции более 0,8 по отношению к измеренным значениям числа Рауза. На втором масштабном уровне были рассмотрены модели отклонений частных чисел Рауза от его осредненных значений для поперечных сечений рек в виде коэффициентов приведения при среднем числе Рауза по поперечному профилю. Методом машинного обучения были получены 6 регрессионных моделей с коэффициентом корреляции более 0,39.

Получено 78 моделей вертикального распределения мутности на основе уравнения Рауза-Великанова, из которых 8 имели коэффициент корреляции к измеренным значениям более 0,9. В данные модели была заложена 3-х ступенчатая методика, где в каждой модели изначально происходит расчет среднего числа Рауза для поперечного профиля, а затем происходит уточнение числа Рауза для конкретной вертикали через введение коэффициента приведения – функции глубины вертикали.

Благодарности

Полевые работы и обработка данных по реке Лена выполнены за счет проекта РНФ 21-17-00181. Разработка моделей выполнена в рамках Программы стратегического академического лидерства Казанского (Приволжского) федерального университета ("ПРИОРИТЕТ-2030").

Литература

Караушев А.В. Теория и методы расчета речных наносов. Ленинград: Гидрометеиздат, 1977. 271 с.

Agrawal Y.C., Hanes D.M. The implications of laser-diffraction measurements of sediment size distributions in a river to the potential use of acoustic backscatter for sediment measurements // *Water Resources Research*. 2015. Т. 51. № 11. С. 8854–8867. DOI: [10.1002/2015WR017268](https://doi.org/10.1002/2015WR017268).

Aleixo R., Guerrero M., Nones M., Ruther N. Applying ADCPs for Long-Term Monitoring of SSC in Rivers // *Water Resources Research*. 2020. Т. 56. № 1. e2019WR026087. DOI: [10.1029/2019WR026087](https://doi.org/10.1029/2019WR026087).

Deines K.L. Backscatter estimation using broadband acoustic Doppler current profilers // *Proceedings of the IEEE Sixth Working Conference on Current Measurement (Cat. No.99CH36331) (San Diego, CA, USA, 13 March 1999)*. San Diego, CA, USA, 1999. С. 249–253. DOI: [10.1109/CCM.1999.755249](https://doi.org/10.1109/CCM.1999.755249).

Dominguez Ruben L.G., Szupiany R.N., Latosinski F.G., López Weibel C., Wood M., Boldt J. Acoustic Sediment Estimation Toolbox (ASET): A software package for calibrating and processing TRDI ADCP data to compute suspended-sediment transport in sandy rivers // *Computers & Geosciences*. 2020. Т. 140. DOI: [10.1016/j.cageo.2020.104499](https://doi.org/10.1016/j.cageo.2020.104499).

Elçi Ş., Aydın R., Work P.A. Estimation of suspended sediment concentration in rivers using acoustic methods // *Environmental Monitoring and Assessment*. 2009. Т. 159. 255. DOI: [10.1007/s10661-008-0627-5](https://doi.org/10.1007/s10661-008-0627-5).

Guerrero M., Di Federico V. Suspended sediment assessment by combining sound attenuation and backscatter measurements – analytical method and experimental validation // *Advances in Water Resources*. 2018. Т. 113. С. 167–179. DOI: [10.1016/j.advwatres.2018.01.020](https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2018.01.020).

Hackney C.R., Darby S.E., Parsons D.R., Leyland J., Aalto R., Nicholas A.P., Best J.L. The influence of flow discharge variations on the morphodynamics of a diffluence-confluence unit on a large river // *Earth Surface Processes and Landforms*. 2018, vol. 43, iss. 2, pp. 349–362. DOI: [10.1002/esp.4204](https://doi.org/10.1002/esp.4204).

References

Agrawal Y.C., Hanes D.M. The implications of laser-diffraction measurements of sediment size distributions in a river to the potential use of acoustic backscatter for sediment measurements. *Water Resources Research*, 2015, vol. 51, iss. 11, pp. 8854–8867. DOI: [10.1002/2015WR017268](https://doi.org/10.1002/2015WR017268).

Aleixo R., Guerrero M., Nones M., Ruther N. Applying ADCPs for Long-Term Monitoring of SSC in Rivers. *Water Resources Research*, 2020, vol. 56, iss. 1, e2019WR026087. DOI: [10.1029/2019WR026087](https://doi.org/10.1029/2019WR026087).

Deines K.L. Backscatter estimation using broadband acoustic Doppler current profilers. *Proceedings of the IEEE Sixth Working Conference on Current Measurement (Cat. No.99CH36331) (San Diego, CA, USA, 13 March 1999)*. San Diego, 1999, pp. 249–253. DOI: [10.1109/CCM.1999.755249](https://doi.org/10.1109/CCM.1999.755249).

Dominguez Ruben L.G., Szupiany R.N., Latosinski F.G., López Weibel C., Wood M., Boldt J. Acoustic Sediment Estimation Toolbox (ASET): A software package for calibrating and processing TRDI ADCP data to compute suspended-sediment transport in sandy rivers. *Computers & Geosciences*, 2020, vol. 140. DOI: [10.1016/j.cageo.2020.104499](https://doi.org/10.1016/j.cageo.2020.104499).

Elçi Ş., Aydın R., Work P.A. Estimation of suspended sediment concentration in rivers using acoustic methods. *Environmental Monitoring and Assessment*, 2009, vol. 159, 255. DOI: [10.1007/s10661-008-0627-5](https://doi.org/10.1007/s10661-008-0627-5).

Guerrero M., Di Federico V. Suspended sediment assessment by combining sound attenuation and backscatter measurements – analytical method and experimental validation. *Advances in Water Resources*, 2018, vol. 113, pp. 167–179. DOI: [10.1016/j.advwatres.2018.01.020](https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2018.01.020).

Hackney C.R., Darby S.E., Parsons D.R., Leyland J., Aalto R., Nicholas A.P., Best J.L. The influence of flow discharge variations on the morphodynamics of a diffluence-confluence unit on a large river. *Earth Surface Processes and Landforms*, 2018, vol. 43, iss. 2, pp. 349–362. DOI: [10.1002/esp.4204](https://doi.org/10.1002/esp.4204).

Landforms. 2018. T. 43. № 2. C. 349–362. DOI: [10.1002/esp.4204](https://doi.org/10.1002/esp.4204).

Hanes D.M. On the possibility of single-frequency acoustic measurement of sand and clay concentrations in uniform suspensions // *Continental Shelf Research*. 2012. T. 46. C. 64–66. DOI: [10.1016/j.csr.2011.10.008](https://doi.org/10.1016/j.csr.2011.10.008).

Holdaway G.P., Thorne P.D., Flatt D., Jones S.E., Prandle D. Comparison between ADCP and transmissometer measurements of suspended sediment concentration // *Continental Shelf Research*. 1999. T. 19. № 3. C. 421–441. DOI: [10.1016/S0278-4343\(98\)00097-1](https://doi.org/10.1016/S0278-4343(98)00097-1).

Latosinski F.G., Szupiany R.N., García C.M., Guerrero M., Amsler M.L. Estimation of concentration and load of suspended bed sediment in a large river by means of acoustic doppler technology // *Journal of Hydraulic Engineering*. 2014. T. 140. № 7. C. 04014023. DOI: [10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0000859](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0000859).

Moore S.A., Coz J.L., Hurther D., Paquier A. Using multi-frequency acoustic attenuation to monitor grain size and concentration of suspended sediment in rivers // *The Journal of the Acoustical Society of America*. 2013. T. 133. № 4. C. 1959. DOI: [10.1121/1.4792645](https://doi.org/10.1121/1.4792645).

Mueller D.S., Wagner C.R., Rehm M.S., Oberg K.A., Rainville F. Measuring discharge with acoustic Doppler current profilers from a moving boat (ver. 2.0, December 2013) / U.S. Geological Survey Techniques and Methods, book 3, chap. A22, 2013. 95 c. DOI: [10.3133/tm3A22](https://doi.org/10.3133/tm3A22).

Mullison J. Backscatter estimation using broadband acoustic doppler current profilers // *Hydraulic Measurements & Experimental Methods Conference (Durham, USA, 2017, July 9–12)*. Durham, 2017. C. 1–6.

Pomázi F., Baranya S. Comparative assessment of fluvial suspended sediment concentration analysis methods // *Water (Switzerland)*. 2020. T. 12. № 3. C. 873. DOI: [10.3390/w12030873](https://doi.org/10.3390/w12030873).

Rouse H.B. Modern conceptions of the mechanics of fluid turbulence. American Society of Civil Engineers, 1936.

Hanes D.M. On the possibility of single-frequency acoustic measurement of sand and clay concentrations in uniform suspensions. *Continental Shelf Research*, 2012, vol. 46, pp. 64–66. DOI: [10.1016/j.csr.2011.10.008](https://doi.org/10.1016/j.csr.2011.10.008).

Holdaway G.P., Thorne P.D., Flatt D., Jones S.E., Prandle D. Comparison between ADCP and transmissometer measurements of suspended sediment concentration. *Continental Shelf Research*, 1999, vol. 19, iss. 3, pp. 421–441. DOI: [10.1016/S0278-4343\(98\)00097-1](https://doi.org/10.1016/S0278-4343(98)00097-1).

Karaushev A.V. *Teoriya i metody rascheta rechnykh nanosov [Theory and methods for calculating river sediments]*. Leningrad, Publ. Gidrometeoizdat, 1977. 271 p. (In Russian).

Latosinski F.G., Szupiany R.N., García C.M., Guerrero M., Amsler M.L. Estimation of concentration and load of suspended bed sediment in a large river by means of acoustic doppler technology. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2014, vol. 140, iss. 7, 04014023. DOI: [10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0000859](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0000859).

Moore S.A., Coz J.L., Hurther D., Paquier A. Using multi-frequency acoustic attenuation to monitor grain size and concentration of suspended sediment in rivers. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2013, vol. 133, iss. 4, 1959. DOI: [10.1121/1.4792645](https://doi.org/10.1121/1.4792645).

Mueller D.S., Wagner C.R., Rehm M.S., Oberg K.A., Rainville F. *Measuring discharge with acoustic Doppler current profilers from a moving boat (ver. 2.0, December 2013)*. U.S. Geological Survey Techniques and Methods, book 3, chap. A22, 2013. 95 p. DOI: [10.3133/tm3A22](https://doi.org/10.3133/tm3A22).

Mullison J. Backscatter estimation using broadband acoustic doppler current profilers. *Hydraulic Measurements & Experimental Methods Conference (Durham, USA, 2017, July 9–12)*. Durham, 2017, pp. 1–6.

Pomázi F., Baranya S. Comparative assessment of fluvial suspended sediment concentration analysis methods. *Water (Switzerland)*, 2020, vol. 12, iss. 3, 873. DOI: [10.3390/w12030873](https://doi.org/10.3390/w12030873).

- Sakho I., Dussouillez P., Delanghe D., Hanot B., Raccasi G., Tal M., Sabatier F., Provansal M., Radakovitch O. Suspended sediment flux at the Rhone River mouth (France) based on ADCP measurements during flood events // *Environmental Monitoring and Assessment*. 2019. Т. 191. 508. DOI: [10.3390/w12030873](https://doi.org/10.3390/w12030873).
- Sassi M.G., Hoitink A.J.F., Vermeulen B. Impact of sound attenuation by suspended sediment on ADCP backscatter calibrations // *Water Resources Research*. 2012. Т. 48. № 9. DOI: [10.1029/2012WR012008](https://doi.org/10.1029/2012WR012008).
- Szupiany R.N., Amsler M.L., Parsons D.R., Best J.L. Morphology, flow structure, and suspended bed sediment transport at two large braid-bar confluences // *Water Resources Research*. 2009. Т. 45. № 5. DOI: [10.1029/2008WR007428](https://doi.org/10.1029/2008WR007428).
- Szupiany R.N., Weibel C.L., Guerrero M., Latosinski F., Wood M.S., Ruben L.G.D., Oberg K. Estimating sand concentrations using ADCP-based acoustic inversion in a large fluvial system characterized by bi-modal suspended-sediment distributions // *Earth Surface Processes and Landforms*. 2019. Т. 44. № 6. С. 1295–1308. DOI: [10.1002/esp.4572](https://doi.org/10.1002/esp.4572).
- Szupiany R.N., Weibel C.L., Latosinski F., Amsler M.L., Domínguez L.V., Guerrero M. Sediment concentration measurements using ADCPs in a large river: Evaluation of acoustic frequency and grain size // *Proceedings of the International Conference on Fluvial Hydraulics (River Flow 2016) (St Louis, Missouri, USA, July 11–14, 2016)*. DOI: [10.1201/9781315644479-243](https://doi.org/10.1201/9781315644479-243).
- Thorne P.D., Hanes D.M. A review of acoustic measurement of small-scale sediment processes // *Continental Shelf Research*. 2002. Т. 22. № 4. С. 603–632. DOI: [10.1016/S0278-4343\(01\)00101-7](https://doi.org/10.1016/S0278-4343(01)00101-7).
- Thorne P.D., Meral R. Formulations for the scattering properties of suspended sandy sediments for use in the application of acoustics to sediment transport processes // *Continental Shelf Research*. 2008. Т. 28. № 2. С. 309–317. DOI: [10.1016/j.csr.2007.08.002](https://doi.org/10.1016/j.csr.2007.08.002).
- Thorne P.D., Vincent D.E., Hardcastle P.J., Rehman S., Pearson N.D. Measuring suspended sediment concentrations using acoustic backscatter
- Rouse H.B. Modern conceptions of the mechanics of fluid turbulence. American Society of Civil Engineers, 1936.
- Sakho I., Dussouillez P., Delanghe D., Hanot B., Raccasi G., Tal M., Sabatier F., Provansal M., Radakovitch O. Suspended sediment flux at the Rhone River mouth (France) based on ADCP measurements during flood events. *Environmental Monitoring and Assessment*, 2019, vol. 191, 508. DOI: [10.3390/w12030873](https://doi.org/10.3390/w12030873).
- Sassi M.G., Hoitink A.J.F., Vermeulen B. Impact of sound attenuation by suspended sediment on ADCP backscatter calibrations. *Water Resources Research*, 2012, vol. 48, iss. 9. DOI: [10.1029/2012WR012008](https://doi.org/10.1029/2012WR012008).
- Szupiany R.N., Amsler M.L., Parsons D.R., Best J.L. Morphology, flow structure, and suspended bed sediment transport at two large braid-bar confluences. *Water Resources Research*, 2009, vol. 45, iss. 5. DOI: [10.1029/2008WR007428](https://doi.org/10.1029/2008WR007428).
- Szupiany R.N., Weibel C.L., Guerrero M., Latosinski F., Wood M.S., Ruben L.G.D., Oberg K. Estimating sand concentrations using ADCP-based acoustic inversion in a large fluvial system characterized by bi-modal suspended-sediment distributions. *Earth Surface Processes and Landforms*, 2019, vol. 44, iss. 6, pp. 1295–1308. DOI: [10.1002/esp.4572](https://doi.org/10.1002/esp.4572).
- Szupiany R.N., Weibel C.L., Latosinski F., Amsler M.L., Domínguez L.V., Guerrero M. Sediment concentration measurements using ADCPs in a large river: Evaluation of acoustic frequency and grain size. *Proceedings of the International Conference on Fluvial Hydraulics (River Flow 2016) (St Louis, Missouri, USA, July 11–14, 2016)*. DOI: [10.1201/9781315644479-243](https://doi.org/10.1201/9781315644479-243).
- Thorne P.D., Hanes D.M. A review of acoustic measurement of small-scale sediment processes. *Continental Shelf Research*, 2002, vol. 22, iss. 4, pp. 603–632. DOI: [10.1016/S0278-4343\(01\)00101-7](https://doi.org/10.1016/S0278-4343(01)00101-7).
- Thorne P.D., Meral R. Formulations for the scattering properties of suspended sandy sediments for use in the application of acoustics to sediment transport processes. *Continental Shelf Research*, 2008, vol. 28, iss. 2, pp. 309–317. DOI: [10.1016/j.csr.2007.08.002](https://doi.org/10.1016/j.csr.2007.08.002).

devices // *Marine Geology*. 1991. T. 98. № 1. C. 7–16. DOI: [10.1016/0025-3227\(91\)90031-X](https://doi.org/10.1016/0025-3227(91)90031-X).

Topping D.J., Wright S.A. Long-term continuous acoustical suspended-sediment measurements in rivers - Theory, application, bias, and error. Reston, Virginia: U.S. Geological Survey Professional Paper 1823, 2016. 98 p. DOI: [10.3133/pp1823](https://doi.org/10.3133/pp1823).

Venditti J.G., Church M., Attard M.E., Haught D. Use of ADCPs for suspended sediment transport monitoring: An empirical approach // *Water Resources Research*. 2016. T. 52. № 4. C. 2715–2736. DOI: [10.1002/2015WR017348](https://doi.org/10.1002/2015WR017348).

Wall G.R., Nystrom E.A., Litten S. Use of an ADCP to compute suspended-sediment discharge in the tidal Hudson River, New York. Reston, Virginia: U.S. Geological Survey Scientific Investigations Report 2006-5055, 2006. 16 p. DOI: [10.3133/SIR20065055](https://doi.org/10.3133/SIR20065055).

Thorne P.D., Vincent D.E., Hardcastle P.J., Rehman S., Pearson N.D. Measuring suspended sediment concentrations using acoustic backscatter devices. *Marine Geology*, 1991, vol. 98, iss. 1, pp. 7–16. DOI: [10.1016/0025-3227\(91\)90031-X](https://doi.org/10.1016/0025-3227(91)90031-X).

Topping D.J., Wright S.A. Long-term continuous acoustical suspended-sediment measurements in rivers - Theory, application, bias, and error. Reston, Virginia, U.S. Geological Survey Professional Paper 1823, 2016. 98 p. DOI: [10.3133/pp1823](https://doi.org/10.3133/pp1823).

Venditti J.G., Church M., Attard M.E., Haught D. Use of ADCPs for suspended sediment transport monitoring: An empirical approach. *Water Resources Research*, 2016, vol. 52, iss. 4, pp. 2715–2736. DOI: [10.1002/2015WR017348](https://doi.org/10.1002/2015WR017348).

Wall G.R., Nystrom E.A., Litten S. Use of an ADCP to compute suspended-sediment discharge in the tidal Hudson River, New York. Reston, Virginia, U.S. Geological Survey Scientific Investigations Report 2006-5055, 2006. 16 p. DOI: [10.3133/SIR20065055](https://doi.org/10.3133/SIR20065055).