

УДК 624.131.53

DOI: 10.34753/HS.2024.6.1.83

**ОЦЕНКА ЗНАЧЕНИЙ ПРОЧНОСТНЫХ
ХАРАКТЕРИСТИК ГРУНТА ПРИ
НЕЛИНЕЙНОЙ ЗАВИСИМОСТИ ЕГО
СОПРОТИВЛЕНИЯ СДВИГУ ОТ
НОРМАЛЬНОГО ДАВЛЕНИЯ****ESTIMATION OF THE VALUES OF THE
STRENGTH CHARACTERISTICS OF
THE SOIL WITH A NONLINEAR
DEPENDENCE OF ITS SHEAR
RESISTANCE ON NORMAL PRESSURE**А.Ю. Виноградов^{1,2}, В.А. Обязов^{1,3}

¹ООО НПО «Гидротехпроект», г. Валдай, Россия; ²ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный лесотехнический университет имени С.М. Кирова», г. Санкт-Петербург, Россия; ³ФГБОУ ВО «Российский государственный гидрометеорологический университет», г. Санкт-Петербург, Россия
gd@npogtp.ru

Alexey Yu. Vinogradov^{1,2}, Victor A. Obyazov^{1,3}
¹Scientific and Industrial Research Association
Gidrotehproekt, Valday, Russia; ²Saint Petersburg
State Forest Technical University St. Petersburg,
Russia; ³Russian State Hydrometeorological
University, Saint-Petersburg, Russia
gd@npogtp.ru

Аннотация. При исследованиях транспортно-сдвигового селевого потока, размывов русел рек, устойчивости оползневых склонов, при проектировании зданий и сооружений, в том числе гидротехнических, важное значение имеет оценка параметров прочностных свойств грунтов – угла внутреннего трения φ и удельного сцепления c . Для определения этих параметров согласно требованиям всех основных регламентирующих документов необходимо использовать линейное уравнение Кулона $\tau = tg\varphi \cdot \sigma + c$, характеризующее зависимость между нормальным давлением на грунт σ и его сопротивлением сдвигу τ . Однако, как показывают многочисленные экспериментальные исследования, данная зависимость нелинейна, особенно в области малых давлений (< 0,1 Мпа), и может быть аппроксимирована степенной функцией вида $\tau_i = a(\sigma_i)^b$. В случае использования линейной зависимости между сопротивлением сдвига и нормальным давлением, угол внутреннего трения φ и удельное сцепление c определяются просто и при любой нагрузке являются константами. В случае использования степенной зависимости возникают затруднения с их оценкой. В целях соответствия аппроксимации результатов исследования грунтов на сдвиг нелинейной функцией существующей нормативной базе, предполагаем,

Abstract. When studying the transport-shear mudflow, riverbed washouts, the stability of landslide slopes, when designing buildings and structures, including hydraulic engineering, it is important to assess the parameters of the strength properties of soils. To determine these parameters according to the requirements of all the main regulatory documents, it is necessary to use the linear Coulomb equation $\tau = tg\varphi \cdot \sigma + c$, characterizing the relationship between the normal pressure on the soil σ and its shear resistance τ . However, as numerous experimental studies show, this dependence is nonlinear, especially in the region of low pressures (< 0.1 MPa), and can be approximated by a power function of the form $\tau_i = a(\sigma_i)^b$. In the case of using a linear relationship between shear resistance and normal pressure, the angle of internal friction φ and the specific soil adhesion c are simply determined and are constants under any load. In the case of using a power dependence, difficulties arise with their assessment. In order to match the approximation of the results of the soil shear study by a nonlinear function to the existing regulatory framework, we assume that the state of the soil at a given normal pressure σ_0 is sufficiently described by the tangent equation at points with a certain normal pressure σ_0 . The derivative of the function $f(\sigma_Z)$ at the point σ_i is equal to the tangent of the angle of inclination of the tangent drawn to the graph of the function at this point.

что состояние грунта при заданном нормальном давлении σ_0 в достаточной степени описывается уравнением касательной в точках с определенным нормальным давлением σ_0 . Производная функции $f(\sigma_z)$ в точке σ_i равна тангенсу угла наклона касательной, проведенной к графику функции в этой точке. Следовательно, тангенс угла внутреннего трения в точке σ_i будет равен первой производной степенной функции в этой точке. Оценку значения свободного члена уравнения c_i , получаемого расчетным путем, а не прямым измерением, предлагается выполнять методом интерполяции между двумя соседними парами измерений τ_i и σ_i . Сравнительный анализ результатов показал, что в области стандартных значений нормальной нагрузки (0,1÷0,3 МПа) степенная функция соответствует измеренным значениям не хуже, чем линейная, а в области меньших по величине значений нагрузки – аппроксимирует их значительно лучше.

Ключевые слова: грунты; прочностные свойства; уравнение Кулона; угол внутреннего трения; удельное сцепление; нормальная нагрузка; сопротивление сдвигу.

Введение

Прочностные характеристики грунтов используются при расчетах параметров транспортно-сдвигового селевого потока [Виноградов, 1982], размывах русловых отложений и коренных пород берегов рек [Виноградов, Зубова, Парфенов, 2021], расчетов устойчивости оползневых склонов [Крюков, Бутенко, 2013; Шустер, Кризек, 1981], при проектировании оснований фундаментов зданий и сооружений, в том числе гидротехнических, по первой группе предельных состояний – по несущей способности. Параметры механических свойств грунтов (прочностные свойства), включающие: угол внутреннего трения φ , удельное сцепление c , необходимо оценивать

Therefore, the tangent of the angle of internal friction at the point σ_i will be equal to the first derivative of the power function at this point.

Keywords: soils; strength properties; Coulomb equation; angle of internal friction; specific soil adhesion; normal load; shear resistance.

согласно требований всех основных регламентирующих документов – СП 22.13330¹, СП 23.13330.2018², СП 24.13330³; СП 50-101-2004⁴.

Сцепление грунта характеризует сопротивление структурных связей сдвигу связываемых ими частиц. Угол внутреннего трения грунта характеризуют сопротивление перемещению частиц грунта [Крамаренко, 2011]. Величины φ и c Цытович называет математическими параметрами уравнения, аппроксимирующего зависимость предельного сопротивления грунтов сдвигу от нормального давления [Цытович, 1983]:

$$\tau = tg\varphi \cdot \sigma + c \quad (1)$$

¹ СП 22.13330.2016. Основания зданий и сооружений. Актуализированная редакция. СНиП 2.02.01-83*

² СП 23.13330.2018. Основания гидротехнических сооружений. Актуализированная редакция. СНиП 2.02.02-85

³ СП 24.13330.2021. Свайные фундаменты. Актуализированная редакция. СНиП 2.02.03-85

⁴ СП 50-101-2004 Проектирование и устройство оснований и фундаментов зданий и сооружений

Vinogradov A. Yu., Obyazov V. A. Estimation of the values of the strength characteristics of the soil with a nonlinear dependence of its shear resistance on normal pressure. *Hydrosphere. Hazard processes and phenomena*, 2024, vol. 1, iss. 1, pp. 83–96. (In Russian; abstract in English). DOI: 10.34753/HS.2024.6.1.83.

Как мы показали [Виноградов, Обязов, 2023], большинство проектируемых водопропускных и водоотводных сооружений, в том числе сооружений инженерной защиты, создают давление на грунт меньшее рекомендованного ГОСТ 12248.1-2020⁵ (таблица 8.1) и ГОСТ 12248.3-2020⁶ (таблица 1) минимального значения нормального давления в 0,1 МПа (для нормальных инженерно-геологических условий). Для таких грунтов зависимость тангенциального напряжения от нормального, при значениях, меньших 0,3 МПа, неплохо аппроксимируется степенной функцией $\tau_i = a(\sigma_i)^b$.

Мы отдаем себе отчет, что предлагаемое нами незаслуженно забытое альтернативное уравнение сопротивления сдвигу вида $\tau_i = a(\sigma_i)^b$, хотя и отвечающее эмпирике, но, даже в случае его принятия инженерным сообществом, не соответствует существующей проектно-изыскательской нормативной базе.

Целью исследования является оценка величин отклонений коэффициентов $tg\varphi$ и c при использовании степенной зависимости между эмпирическими значениями тангенциальных и нормальных напряжений.

Материалы и методы

Для испытаний на одноплоскостной срез использовались монолиты и подготовленные образцы (п. 5.6 ГОСТ 12248.1-2020⁵) связных и несвязных грунтов четвертичных отложений. Испытания проводились по неконсолидированно-недренированной схеме (ГОСТ 12248-2010⁷).

Для проведения массовых испытаний в полевых условиях использовался компрессионный полевой прибор лаборатории Литвинова с площадью внутреннего сечения компрессионной гильзы 25 см².

Результаты

Зависимостью, наилучшим образом аппроксимирующей полученные эмпирическим путем значения тангенциальных сдвиговых

напряжений в зависимости от нормальной нагрузки (при $\sigma_i < 0.3$), приложенной к образцу, является степенная. При расчетах устойчивости грунтов к внешним воздействиям – размывам, оползневым явлениям, нормальной нагрузке со стороны проектируемых сооружений, мы заранее знаем пределы таких воздействий, т.е., например, нормальное давление фундамента или дополнительной пригрузки σ_0 на грунт.

При использовании линейной зависимости между сопротивлением сдвига и нормальным давлением, коэффициенты уравнения определяются просто и при любой нагрузке имеют одинаковое значение (являются константами). Однако, при малых нормальных нагрузках, эта зависимость является нелинейной и коэффициент при переменной, как и свободный член уравнения, имеют различную величину при разных нагрузках.

Возникает вопрос: как оценивать эти коэффициенты в рамках существующей проектно-изыскательской нормативной базы?

Известно, что первая производная нелинейной функции в точке – суть тангенс угла наклона касательной к кривой функции в этой точке. Касательная – прямая вида $\tau_i = a\sigma_i + b$. Предположим, что уравнение этой касательной достаточно адекватно описывает состояние грунта при проектном (расчетном) напряжении σ_i . Тогда мы можем, *для конкретной нагрузки*, оперировать привычными нам терминами и обозначениями: $tg\varphi$ и c .

При этом важно понимать, что физического смысла в параметрах линейного уравнения Кулона – $tg\varphi$ и c – нет, «параметры φ (угол внутреннего трения) и c (удельное сцепление) являются количественными характеристиками прочности грунта. Названия этих характеристик условные, они *не имеют физического смысла* и не отражают действительной природы сил сопротивления грунтов сдвигу. Их следует рассматривать лишь как математические параметры диаграммы сдвига грунта» [Алексеев, Калугин, 2011].

⁵ ГОСТ 12248.1–2020. Грунты. Определение характеристик прочности методом одноплоскостного среза.

⁶ ГОСТ 12248.3–2020. Грунты. Определение характеристик прочности и деформируемости методом трехосного сжатия

⁷ ГОСТ 12248-2010. Грунты. Методы лабораторного определения характеристик прочности и деформируемости.

Однако, обычные математические коэффициенты *не могут* быть количественными характеристиками грунта. Это заблуждение глубоко укоренилось в понимании современной геотехники, только обращение к основоположникам механики грунтов ставит все на свои места: «величины $tg\varphi$ и c представляют собой *лишь* два эмпирические коэффициента в линейном уравнении (Кулона)» [Терцаги, 1961].

Понимание этого дает нам большую степень свободы в действиях с математическими зависимостями.

В качестве рабочей модели предлагаем следующий подход:

1. Принимаем, как однозначно отвечающий эмпирическим испытаниям грунтов на одноплоскостной сдвиг, степенной вид зависимости $\tau_i = f(\sigma_i)$:

$$\tau_i = a(\sigma_i)^b \quad (2)$$

2. Принимаем, что уравнение касательной в точке σ_0 в достаточной степени описывает состояние грунта при заданном нормальном давлении σ_0 .

Уравнение касательной строим согласно [Романов, Романова, 2001] по следующему алгоритму:

- обозначить буквой σ_0 абсциссу точки касания.
- найти $f(\sigma_0)$.
- найти $f'(x)$ и $f'(\sigma_0)$.
- подставить найденные числа $\sigma_0, f(\sigma_0), f'(\sigma_0)$ в общее уравнение касательной $\tau_i = f(\sigma_0) + f'(\sigma_0)(\sigma_i - \sigma_0)$.

В результате всех манипуляций получаем уравнение касательной к функции $\tau_i = f(\sigma_i)$ в точке i :

$$\tau_i = \sigma_i \cdot tg\varphi_i + c_i \quad (3)$$

3. Производная функции $f(\sigma_z)$ в точке σ_i равна тангенсу угла наклона касательной, проведённой к графику функции в этой точке. Следовательно, тангенс угла внутреннего трения в точке σ_i будет равен первой производной степенной функции в этой точке:

$$tg\varphi_i = ab(\sigma_i^{b-1}) \quad (4)$$

Из предложенных допущений можно вывести зависимости для параметров степенного

уравнения. Обозначения, для удобства восприятия оставляем прежние.

Из условия 1 и 2 получаем уравнение:

$$\tau_i = a(\sigma_i)^b = \sigma_i \cdot tg\varphi_i + c_i$$

С учетом (3):

$$\tau_i = ab(\sigma_i^{b-1})\sigma_i + c_i = ab(\sigma_i)^b + c_i,$$

откуда:

$$\begin{aligned} c_i &= a(\sigma_i)^b - ab(\sigma_i)^b \\ c_i &= a(\sigma_i)^b(1 - b) \end{aligned} \quad (5)$$

Показатель степени b :

$$\tau_i = a(\sigma_i)^b = c_i/(1 - b) \quad (6)$$

$$b = (\tau_i - c_i)/\tau_i = 1 - c_i/\tau_i \quad (7)$$

Коэффициент a :

$$\begin{aligned} \tau_i &= a(\sigma_i)^b \\ a &= \tau_i/(\sigma_i)^b \\ a &= c_i/(\sigma_i)^b(1 - b) \end{aligned} \quad (8)$$

Возникает проблема в определении свободного члена уравнения c_i , получаемого расчетным путем, а не прямым измерением. Поскольку в уравнении касательной $\tau_i = \sigma_i \cdot tg\varphi_i + c_i$ все члены – как переменные, так и коэффициенты – меняются в зависимости от нормальной нагрузки σ_i , то оценка значения c_i производится методом интерполяции между двумя соседними парами измерений τ_i и σ_i :

$$c_i = \tau_i - \frac{\tau_i - \tau_{i-1}}{\sigma_i - \sigma_{i-1}} \sigma_i$$

При таких расчетах надо иметь в виду, что их результаты очень чувствительны к качеству измерений и требуют однородности отбираемых грунтов.

Наиболее простой метод для определения коэффициентов a и b , при наличии данных испытаний при малых нормальных нагрузках – графо-аналитический. Значения $tg\varphi_i$ (1) и c_i (1) оценивались с помощью построения аппроксимирующей прямой по двум соседним парам значений σ_i, σ_{i-1} и τ_i, τ_{i-1} (рисунок 1).

Поскольку испытания проводились при малых (0,02 МПа и меньше) и средних (0,1÷0,3 МПа) нормальных напряжениях, проверка методики проводилась по данным

измерений на неконсолидированный недренированный плоскостной срез (ГОСТ 12248–2010). Изменений влажности грунта по мере проведения опыта не происходило. Все расчеты проводились для соответствующих сил (кг).

Образец 1. Песок среднезернистый, монолит, плотность 2,12, влажность 0,15. Значения a_1 при величине b , полученной путем аппроксимации эмпирических значений

сопротивления образца грунта срезу, при заданном нормальном напряжении (рисунок 2, $b = 0,63$), a_2 – при величине b , полученной по зависимости (7) ($b = 0,58$).

Значения угла внутреннего трения и сцепления для диапазона $\sigma_i = 0,1 \div 0,3$ МПа (25÷75 кг) (ГОСТ 12248-2010): $tg\varphi_i - 0,64$; $c - 7,67$ кгс.

Результаты расчетов приведены в таблице 1.

Таблица 1. Сравнительные значения угла внутреннего трения и сцепления, полученные с помощью линейной аппроксимации по двум соседним парам (1) σ_i, σ_{i-1} и τ_i, τ_{i-1} и степенной аппроксимации (зависимости 4 и 5) образца 1

Table 1. Comparative values of the angle of internal friction and soil adhesion obtained by linear approximation over two adjacent pairs (1) σ_i, σ_{i-1} and τ_i, τ_{i-1} and power approximation (dependences 4 and 5) of sample 1

σ_i	τ_i	a_1	a_2	$b(7)$	$tg\varphi_i(1)$	$tg\varphi_i(4)$	$c_i(1)$	$c_i(5)$
5	10,25	3,74	-	-	-	1,18	-	3,82
10	14	3,30	4,41	0,37	0,75	0,91	6,50	5,22
15	17,75	3,25	3,28	0,54	0,75	0,78	6,50	6,62
25	24	3,19	3,24	0,53	0,62	0,65	8,38	8,95
50	39	3,36	2,08	0,63	0,60	0,50	9,00	14,55
75	56	3,74	0,90	0,87	0,68	0,43	5,00	20,89
среднее	-	3,43	2,78	0,58	-	-	-	-

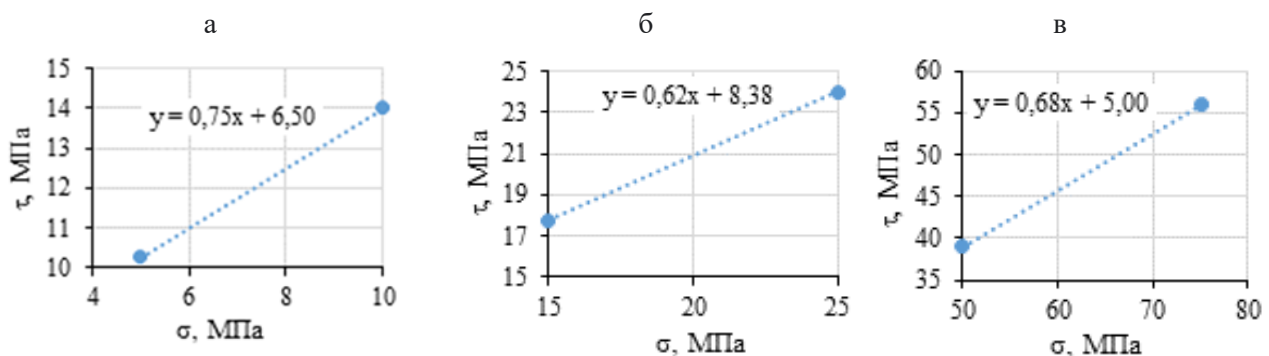


Рисунок 1. Значения угла внутреннего трения и сцепления, полученные с помощью линейной аппроксимации по двум соседним парам (1) σ_i, σ_{i-1} (5–10 (а); 15–25 (б); 50–75 (в) кг) и соответствующим им τ_i, τ_{i-1}

Figure 1. The values of the angle of internal friction and soil adhesion obtained by linear approximation for two adjacent pairs (1) σ_i, σ_{i-1} (5–10; 15–25; 50–75 kg) and corresponding τ_i, τ_{i-1}

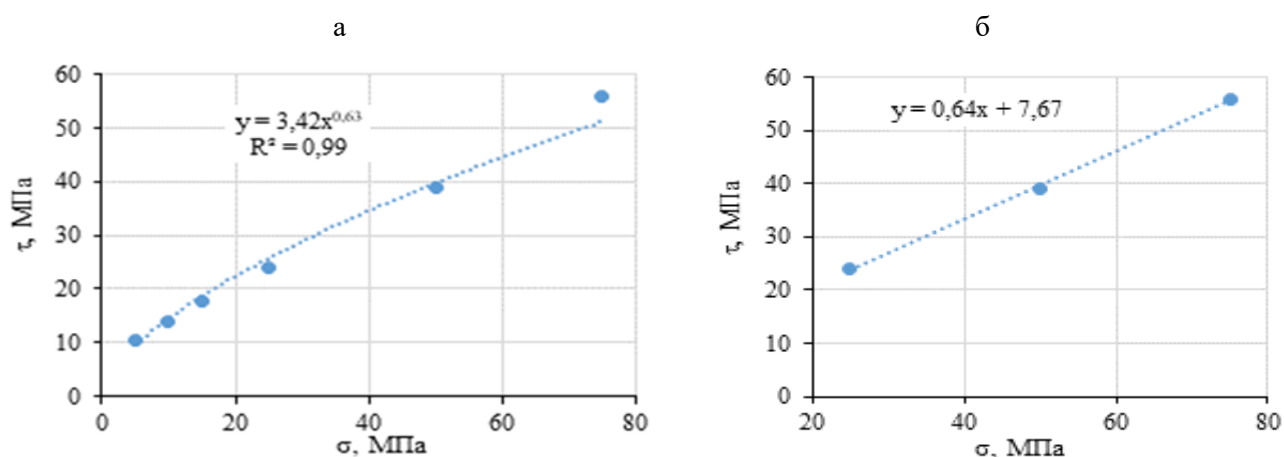


Рисунок 2. Оценка коэффициента и показателя степени для аппроксимирующей степенной функции (а) и угла внутреннего трения и сцепления, полученные с помощью линейной аппроксимации (б).

Образец 1

Figure 2. Estimation of the coefficient and exponent for the approximating power function (a) and the angle of internal friction and adhesion obtained using linear approximation (b). Sample 1

Образец 2. Супесь, ИГЭ-1 (инженерно-геологический элемент) переработанные пробы, плотность 1,42, влажность 0,20. Значения a_1 при величине b , полученной путем аппроксимации эмпирических значений сопротивления образца грунта срезу, при заданном нормальном напряжении (рисунок 3, $b = 0,51$), a_2 – при величине b , полученной по зависимости (7) ($b = 0,53$).

Значения угла внутреннего трения и сцепления для диапазона $\sigma_i = 0,1 \div 0,3$ МПа (25÷75 кг) (ГОСТ 12248-2010): $tg\varphi_i - 0,28$; $c - 17,30$ кгс.

Результаты расчетов приведены в таблице 2.

Таблица 2. Сравнительные значения угла внутреннего трения и сцепления, полученные с помощью линейной аппроксимации по двум соседним парам (1) σ_i, σ_{i-1} и τ_i, τ_{i-1} и степенной аппроксимации (зависимости 4 и 5) образца 2

Table 2. Comparative values of the angle of internal friction and soil adhesion obtained by linear approximation over two adjacent pairs (1) σ_i, σ_{i-1} and τ_i, τ_{i-1} and power approximation (dependences 4 and 5) of sample 2

σ_i	τ_i	a_1	a_2	$b(7)$	$tg\varphi_i(1)$	$tg\varphi_i(4)$	$c_i(1)$	$c_i(5)$
0,6	3,7	4,79	-	-	-	2,668		1,8
1,0	4,6	4,60	3,70	0,36	2,25	2,073	2,35	2,3
2,5	5,9	3,71	3,87	0,19	0,867	1,318	3,73	2,9
5,0	6,8	3,01	4,62	0,15	0,36	0,936	5,00	3,4
7,5	9,3	3,36	1,55	0,74	1,00	0,766	1,80	4,6
10,0	14,5	4,52	0,20	1,68	2,08	0,665	-6,30	7,2
25,0	24,0	4,71	3,55	0,44	0,633	0,423	8,17	11,9
50,0	31,5	4,35	7,07	0,31	0,30	0,300	16,50	15,6
75,0	37,8	4,25	5,60	0,40	0,252	0,246	18,90	18,7
среднее		4,15	3,77	0,53				

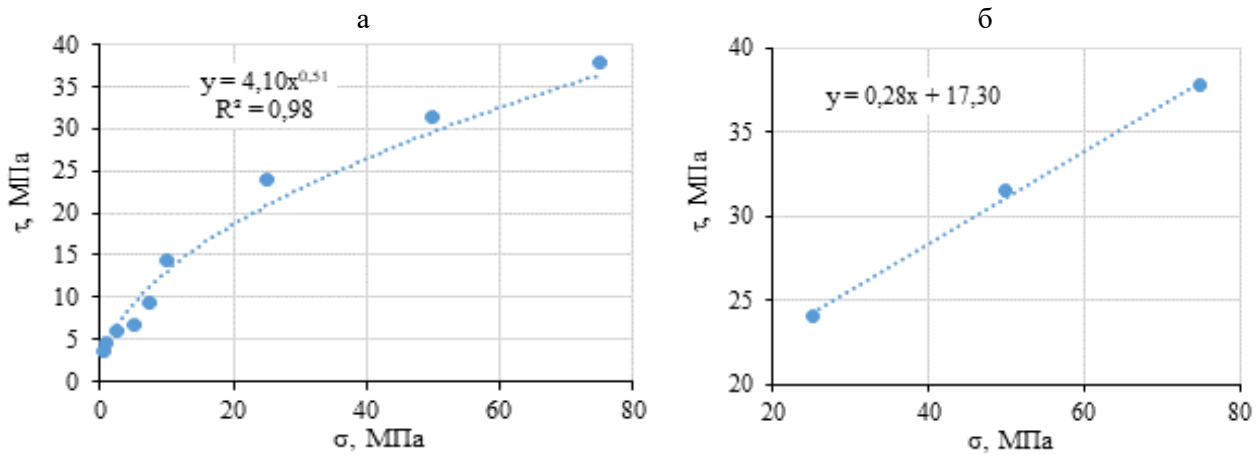


Рисунок 3. Оценка коэффициента и показателя степени для аппроксимирующей степенной функции (а) и угла внутреннего трения и сцепления, полученные с помощью линейной аппроксимации (б). Образец 2

Figure 3. Estimation of the coefficient and exponent for the approximating power function (a) and the angle of internal friction and adhesion obtained using linear approximation (b). Sample 2

Образец 3. Супесь ИГЭ-2 пластичная, монолит, выдержанная в герметичном контейнере 1 час после вскрытия пласта, плотность 1,95, влажность 0,18. Значения a_1 при величине b , полученной путем аппроксимации эмпирических значений сопротивления образца грунта срезу, при заданном нормальном напряжении (рисунок 4, $b = 0,48$), a_2 – при величине b , полученной по зависимости (7) ($b = 0,40$).

Значения угла внутреннего трения и сцепления для диапазона $\sigma_i = 0,1 \div 0,3$ МПа (25÷75 кг) (ГОСТ 12248-2010⁷): $tg\varphi_i - 0,35$; $c - 19,17$ кгс.

Результаты расчетов приведены в таблице 3.

Таблица 3. Сравнительные значения угла внутреннего трения и сцепления, полученные с помощью линейной аппроксимации по двум соседним парам (1) σ_i, σ_{i-1} и τ_i, τ_{i-1} и степенной аппроксимации (зависимости 4 и 5) образца 3

Table 3. Comparative values of the angle of internal friction and soil adhesion obtained by linear approximation over two adjacent pairs (1) σ_i, σ_{i-1} and τ_i, τ_{i-1} and power approximation (dependences 4 and 5) of sample 3

σ_i	τ_i	a_1	a_2	$b(7)$	$tg\varphi_i (1)$	$tg\varphi_i (4)$	$c_i (1)$	$c_i (5)$
5	12,5	5,80	-	-	-	1,185	-	6,53
10	17,5	5,83	4,98	0,40	1,0	0,825	7,5	9,14
15	20	5,49	8,07	0,29	0,50	0,668	12,5	10,45
25	27,5	5,91	3,27	0,56	0,75	0,511	8,75	14,37
50	37,5	5,79	6,63	0,36	0,40	0,356	17,5	19,59
75	45	5,73	6,67	0,40	0,30	0,288	22,5	23,51
среднее		5,76	5,92	0,40	-	-	-	-

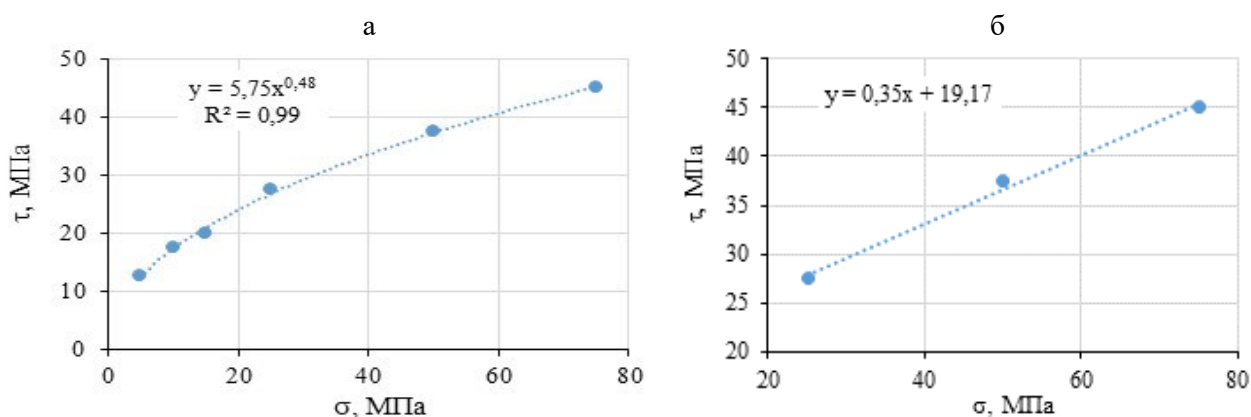


Рисунок 4. Оценка коэффициента и показателя степени для аппроксимирующей степенной функции (а) и угла внутреннего трения и сцепления, полученные с помощью линейной аппроксимации (б).

Образец 3

Figure 4. Estimation of the coefficient and exponent for the approximating power function (a) and the angle of internal friction and adhesion obtained using linear approximation (b). Sample 3

Образец 4. Супесь пластичная ИГЭ-2, переработанная и испытанная в течение 10 минут после вскрытия пласта, плотность 1,98, влажность 0,172. Значения a_1 при величине b , полученной путем аппроксимации эмпирических значений сопротивления образца грунта срезу, при заданном нормальном напряжении (рисунок 5, $b = 0,34$), a_2 – при величине b , полученной по зависимости (7) ($b = 0,29$).

Значения угла внутреннего трения и сцепления для диапазона $\sigma_i = 0,1 \div 0,3$ МПа (25÷75 кг) (ГОСТ 12248-2010): $tg\varphi_i = 0,35$; $c = 19,02$ кгс.

Результаты расчетов приведены в таблице 4.

Таблица 4. Сравнительные значения угла внутреннего трения и сцепления, полученные с помощью линейной аппроксимации по двум соседним парам (1) σ_i, σ_{i-1} и τ_i, τ_{i-1} и степенной аппроксимации (зависимости 4 и 5) образца 4

Table 4. Comparative values of the angle of internal friction and soil adhesion obtained by linear approximation over two adjacent pairs (1) σ_i, σ_{i-1} and τ_i, τ_{i-1} and power approximation (dependences 4 and 5) of sample 4

σ_i	τ_i	a_1	a_2	$b(7)$	$tg\varphi_i(1)$	$tg\varphi_i(4)$	$c_i(1)$	$c_i(5)$
5	17,50	10,14	9,06	-	-	1,17	-	11,57
10	22,50	10,31	12,33	0,286	1,0	0,74	12,5	14,87
15	25,00	9,98	15,43	0,222	0,5	0,57	17,5	16,53
25	27,5	9,23	6,58	0,150	0,25	0,40	21,25	18,18
50	37,55	9,97	6,39	0,365	0,40	0,26	17,45	24,82
75	45,25	10,47	9,96	0,410	0,31	0,20	22,15	29,91
среднее		10,02	9,06	0,287	-	-	-	-

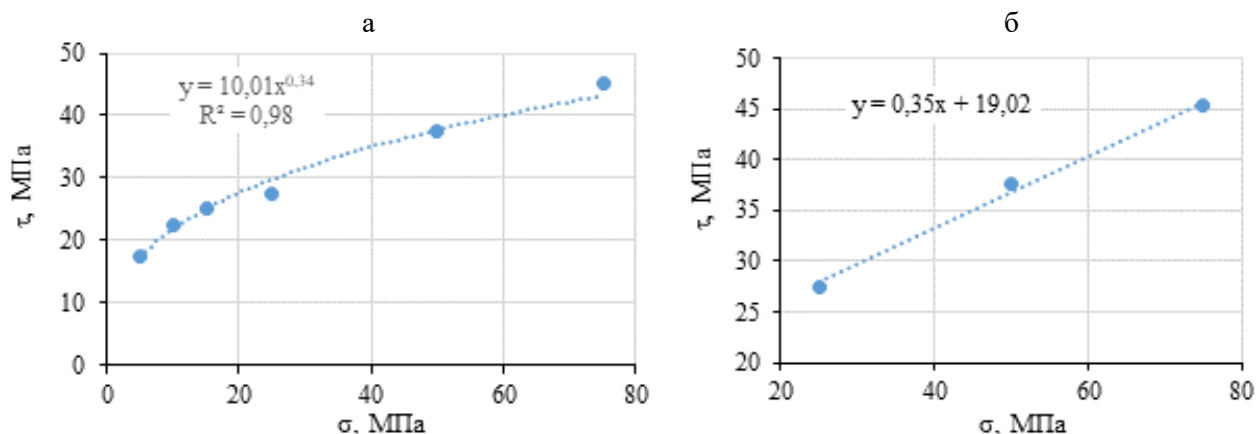


Рисунок 5. Оценка коэффициента и показателя степени для аппроксимирующей степенной функции (а) и угла внутреннего трения и сцепления, полученные с помощью линейной аппроксимации (б). Образец 4

Figure 5. Estimation of the coefficient and exponent for the approximating power function (a) and the angle of internal friction and adhesion obtained using linear approximation (b). Sample 4

Образец 5. Супесь твердая ИГЭ-3, монолит, испытания проведены в течение 10 минут после вскрытия пласта, плотность 2,08, влажность 0,168. Значения a_1 при величине b , полученной путем аппроксимации эмпирических значений сопротивления образца грунта срезу, при заданном нормальном напряжении (рисунок 6, $b = 0,30$), a_2 – при величине b , полученной по зависимости (7) ($b = 0,26$).

Значения угла внутреннего трения и сцепления для диапазона $\sigma_i = 0,1 \div 0,3$ МПа (25÷75 кг) (ГОСТ 12248-2010): $tg\phi_i - 0,38$; $c - 45,83$ кгс.

Результаты расчетов приведены в таблице 5.

Таблица 5. Сравнительные значения угла внутреннего трения и сцепления, полученные с помощью линейной аппроксимации по двум соседним парам (1) σ_i, σ_{i-1} и τ_i, τ_{i-1} и степенной аппроксимации (зависимости 4 и 5) образца 5

Table 5. Comparative values of the angle of internal friction and soil adhesion obtained by linear approximation over two adjacent pairs (1) σ_i, σ_{i-1} and τ_i, τ_{i-1} and power approximation (dependences 4 and 5) of sample 5

σ_i	τ_i	a_1	a_2	$b(7)$	$tg\phi_i (1)$	$tg\phi_i (4)$	$c_i (1)$	$c_i (5)$
5	32,5	20,02	-	-	-	1,987	-	22,72
10	40	20,00	19,10	0,231	1,50	1,224	25,0	27,96
15	47,5	21,02	14,49	0,375	1,50	0,922	25,0	33,20
25	55	20,87	22,16	0,237	0,75	0,645	36,3	38,45
50	65	20,02	27,01	0,182	0,40	0,397	45,0	45,44
75	73,75	20,11	20,33	0,269	0,35	0,299	47,5	51,55
среднее		20,34	20,62	0,259	-	-	-	-

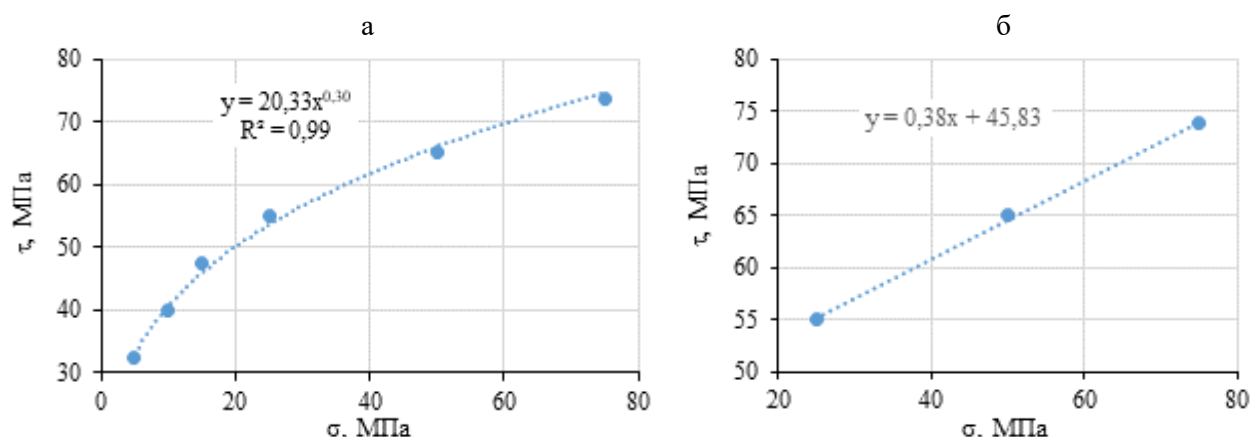


Рисунок 6. Оценка коэффициента и показателя степени для аппроксимирующей степенной функции (а) и угла внутреннего трения и сцепления, полученные с помощью линейной аппроксимации (б). Образец 5

Figure 6. Estimation of the coefficient and exponent for the approximating power function (a) and the angle of internal friction and adhesion obtained using linear approximation (b). Sample 5

Образец 6. Супесь пластичная ИГЭ-3, монолит, взятая совместно с 5 образцом из того же грунтового горизонта, испытания проведены с задержкой 1 час, плотность 2,01, влажность 0,166. Значения a_1 при величине b , полученной путем аппроксимации эмпирических значений сопротивления образца грунта срезу, при заданном нормальном напряжении (рисунок 7,

$b = 0,48$), a_2 – при величине b , полученной по зависимости (7) ($b = 0,41$).

Значения угла внутреннего трения и сцепления для диапазона $\sigma_i = 0,1 \div 0,3$ МПа (25 ÷ 75 кг) (ГОСТ 12248-2010): $tg\varphi_i - 0,28$; $c - 25,83$ кгс.

Результаты расчетов приведены в таблице 6.

Таблица 6. Сравнительные значения угла внутреннего трения и сцепления, полученные с помощью линейной аппроксимации по двум соседним парам (1) σ_i, σ_{i-1} и τ_i, τ_{i-1} и степенной аппроксимации (зависимости 4 и 5) образца 6

Table 6. Comparative values of the angle of internal friction and soil adhesion obtained by linear approximation over two adjacent pairs (1) σ_i, σ_{i-1} and τ_i, τ_{i-1} and power approximation (dependences 4 and 5) of sample 6

σ_i	τ_i	a_1	a_2	$b(7)$	$tg\varphi_i(1)$	$tg\varphi_i(4)$	$c_i(1)$	$c_i(5)$
5	12,5	5,80	-	-	-	1,290	-	6,54
10	20	6,67	3,14	0,600	1,50	0,898	5,0	10,46
15	22,5	6,18	10,16	0,250	0,50	0,727	15,0	11,76
25	32,5	6,99	2,63	0,667	1,00	0,556	7,5	16,99
50	40	6,18	13,18	0,231	0,30	0,387	25,0	20,91
75	46,25	5,89	10,38	0,313	0,25	0,313	27,5	24,18
среднее		6,29	7,90	0,412	-	-	-	-

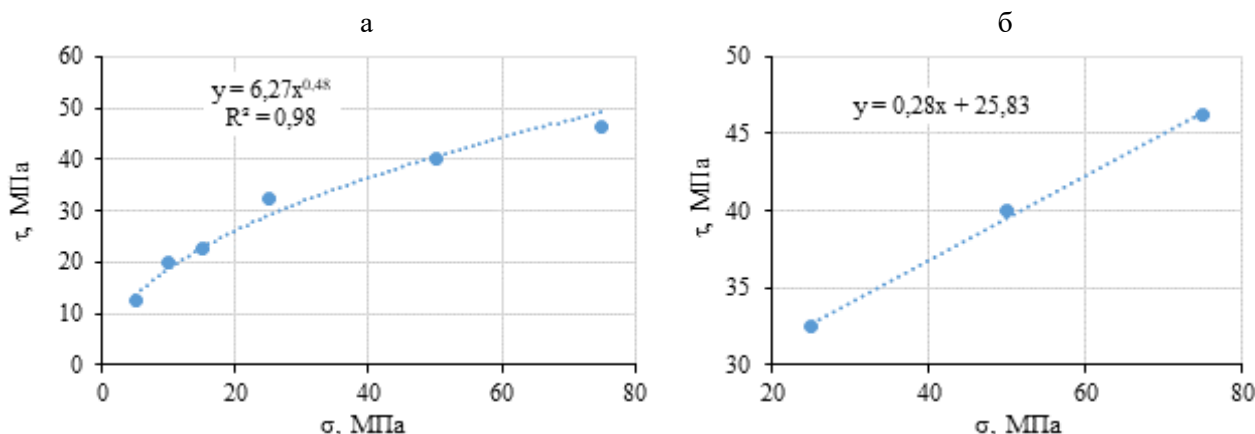


Рисунок 7. Оценка коэффициента и показателя степени для аппроксимирующей степенной функции (а) и угла внутреннего трения и сцепления, полученные с помощью линейной аппроксимации (б). Образец 6

Figure 7. Estimation of the coefficient and exponent for the approximating power function (a) and the angle of internal friction and adhesion obtained using linear approximation (b). Sample 6

Измерения проводились в диапазоне нормальных нагрузок 5,0÷75,0 кг (0,02÷0,3 МПа). Для пары нормальных нагрузок в диапазоне $\sigma_i = 25,0 \div 75,0$ кг (0,1÷0,3 МПа) расхождение между значениями свободного члена (сцепления) полученными путем интерполяции (ГОСТ 12248–2010⁷) и предложенными не превысило 10 % (таблица 7), коэффициента (угла внутреннего трения) – 20 % (таблица 8).

Таблица 7. Различие в оценке значений свободного члена (сцепления) в уравнении Кулона и в уравнении касательной, осредненные для отрезка $\sigma_i = 25,0 \div 75,0$ кг (0,1÷0,3 МПа)

Table 7. The difference in the estimation of the values of the free term (soil adhesion) in the Coulomb equation and in the tangent equation, averaged for the segment $\sigma_i = 25,0 \div 75,0$ кг (0,1÷0,3 МПа)

Вид грунта	песок	супесь				
№ образца	1	2	3	4	5	6
Вид аппроксимации: линейная, кг	7,7	17,3	19,2	19,0	45,1	25,8
степенная, кг	14,8	15,4	19,2	24,3	45,8	20,7
Погрешность, доли единицы	-0,48	0,12	0,00	-0,22	-0,02	0,25

Таблица 8. Различие в оценке значений коэффициента при переменной (тангенса угла внутреннего трения) в уравнении Кулона и в уравнении касательной, осредненные для отрезка $\sigma_i = 25,0 \div 75,0$ кг (0,1÷0,3 МПа)

Table 8. The difference in the estimation of the coefficient values for a variable (the tangent of the angle of internal friction) in the Coulomb equation and in the tangent equation, averaged for the segment $\sigma_i = 25,0 \div 75,0$ кг (0,1÷0,3 МПа)

Вид грунта	песок	супесь				
№ образца	1	2	3	4	5	6
Вид аппроксимации: линейная, кг	0,64	0,276	0,350	0,355	0,375	0,275
степенная, кг	0,52	0,323	0,385	0,285	0,447	0,419
Погрешность, доли единицы	0,23	-0,15	-0,09	0,25	-0,16	-0,34

Если различие в оценке значений свободного члена (сцепления) в уравнении Кулона и в уравнении касательной в точке σ_i невелико (по Дмитриеву и Яргу для песков – 80 %, для супесей – 47 %), то в случае коэффициента при переменной (тангенса угла внутреннего трения) в одном случае для супесей оно достигает 34 %. Эта погрешность превышает лабораторную по [Дмитриев, Ярг, 2008] которая для супесей принята равной 12 %. Такая же

картина и для песков – погрешность 23 %, лабораторная – 11 %.

На основании оценки лабораторных погрешностей, данных в фундаментальной работе [Дмитриев, Ярг, 2008], можно сделать предварительный вывод, что в диапазоне давлений 0,1÷0,3 МПа для оценки c_i имеем удовлетворительное совпадение значений, а для $tg\varphi_i$ – неудовлетворительное.

При проведении такого анализа надо иметь в виду, что оценки лабораторных погрешностей [В.В. Дмитриев и Л.А. Ярг, 2008] проводились для метода консолидированного среза, что уменьшает ошибку в определении угла внутреннего трения в 2–3 раза за счет трансформации образцов под предварительным максимальным нормальным воздействием (ГОСТ 12248.1-2020) в некоторую усредненную субстанцию.

Нами проводилась качественная оценка проведения консолидированно-дренированных

испытаний на одноплоскостной срез одного и того же суглинка полутвердого с одинаковыми водно-физическими характеристиками двумя различными сертифицированными лабораториями в 2002 и 2019 гг..

Согласно (ГОСТ 12248.1-2020⁵), для определения частных значений $tg\varphi_i$ и c_i необходимо провести не менее трех испытаний идентичных образцов при различных значениях нормального напряжения. Для контроля качества испытания [В.В. Дмитриев и Л.А. Ярг, 2008] рекомендуют через опытные точки провести осредняющую прямую. Прочностные характеристики определяют по полученному графику зависимости $\tau_i = f(\sigma_i)$.

В нашем случае, помимо осредняющей прямой, мы интерполировали значения $tg\varphi_i$ и c_i и по соседним парам опытных значений. Результаты приведены в таблице 9.

Таблица 9. Средние значения и максимальные расхождения при определении значений $tg\varphi_i$ и c_i для суглинка полутвердого, проведенные различными лабораториями в 2002 и 2019 гг. Плотность 2,25 г/см³, степень водонасыщения 0,99

Table 9. Average values and maximum discrepancies in determining the values of $tg\varphi_i$ and c_i for semi-solid loam, conducted by various laboratories in 2002 and 2019. The density is 2.25 g/cm³, the degree of water saturation is 0.99

Год испытаний	2002 г.				2019 г.			
	диапазон σ_i , МПа	$tg\varphi_i$ ср	$tg\varphi_i$ макс	c_i ср, МПа	c_i макс, МПа	$tg\varphi_i$ ср	$tg\varphi_i$ макс	c_i ср, МПа
0,1–0,2	0,48	0,6	0,03	0,01	0,45	0,29	0,14	0,13
0,2–0,3	0,50	0,35	0,03	0,06	0,53	0,78	0,12	0,03

Из приведенного анализа видно, что ошибка в определении угла внутреннего трения в 2002 г. составляла в среднем – 4 %, максимальный разброс – 42 %; В 2019 г. – 15 и 63 % соответственно. Средняя ошибка в определении искомой характеристики за 2002 и 2019 гг. при этом равна нулю ($tg\varphi_{ср} = 0,49$)! При этом средняя ошибка в определении c_i составила 333 % (в 2002 г. $c_i = 0,03$, а в 2019 г. $c_i = 0,13$ МПа)!

Для еще 5 типов связных грунтов, лабораторные испытания которых проводились в

этих же лабораториях, разброс в значениях $tg\varphi_i$ и c_i был близким к приведенным в таблице 9 значениям.

При таких внутрилабораторных погрешностях в определении прочностных характеристик одинаковых грунтов, можно сделать вывод об удовлетворительности приведенных в таблицах 7 и 8 результатах.

На основании принятой степенной аппроксимации зависимости $\tau_i = f(\sigma_i)$ в качестве примера оценим диапазон изменчивости значений $tg\varphi_i$ и c_i для образца 2. Результаты приведены в таблице 10.

Таблица 10. Супесь ИГЭ 1, переработанные пробы. Изменение величины коэффициента при переменной и свободного члена ($tg\varphi_i$ и c_i) в зависимости от величины нормального давления σ_i

Table 10. IGE 1 sandy loam, processed samples. The change in the value of the coefficient for a variable and a free term ($tg\varphi_i$ и c_i) depending on the value of the normal pressure σ_i

Показатель, единица измерения	Вид аппроксимации						
	линейная	степенная					
σ_i , МПа	0,1–0,3	0,1–0,3	0,04–0,1	0,02–0,04	0,01–0,02	0,004–0,01	0,002–0,004
c_i , кг	17,3	15,4	9,5	5,0	3,1	2,6	2,1
c_i , МПа	0,069	0,061	0,038	0,02	0,013	0,01	0,008
$tg\varphi_i$	0,276	0,323	0,544	0,789	1,127	1,696	2,371

Как видно из приведенной таблицы, величина c_i при изменении нормального давления от 0,3 до 0,004 МПа падает в семь раз. Величина $tg\varphi_i$, напротив, растет в семь раз. Таким образом, в уравнении $\tau_i = \sigma_i \cdot tg\varphi_i + c_i$ при небольшом нормальном давлении σ_i , невзирая на рост коэффициента $tg\varphi_i$ при переменной σ_i , первый член правой части стремится к нулю, а свободный член c_i уменьшается, что говорит о завышенной оценке стабильности малонагруженных и ненагруженных грунтов.

«Определение предельных нагрузок в основаниях сооружений, прогноз устойчивости откосов при оползнях природных склонов и устойчивости земляных сооружений..., все это базируется на экспериментальной зависимости между давлением и сопротивлением грунтов сдвигу» [Цытович, 1983]. Исходя из этого, можно сделать выводы, что оценка устойчивости природных (ненагруженных нормальной нагрузкой) склонов и устойчивости земляных сооружений – в том числе грунтовых плотин, при использовании линейного уравнения Кулона будет завышена.

Литература

Алексеев В. М., Калугин П. И. Полевые методы исследования механических свойств грунтов: учебное пособие для студентов, обучающихся по направлению 270100 «Строительство». Воронеж: Воронежский государственный архитектурно-строительный университет, 2011. 112 с.

Виноградов А.Ю., Зубова О.В., Парфенов Е.А. Расчет эрозионного размыва связного грунта // Известия Санкт-Петербургской лесотехнической академии. 2021. № 235. С. 187–195.

Выводы

1. Аппроксимация степенной функцией зависимости сопротивления грунта сдвигу от нормального усилия не хуже, чем линейной, даже для стандартных значений нормальной нагрузки (0,1÷0,3 МПа – ГОСТ 12248.1-2020).

2. При учете значений нормальной нагрузки, меньших по величине, чем условное значение сцепления, полученного согласно требованиям ГОСТ 12248.1-2020, степенная функция значительно лучше соответствует измеренным значениям.

3. Прочностные характеристики грунта, полученные на основании гипотезы о линейной зависимости тангенциального и нормального напряжений при нормальных напряжениях меньших 0,1 МПа приводят к завышенному представлению о стабильности грунтов.

4. Угол внутреннего трения и сцепление в традиционном понимании являются переменными, зависящими от нормального давления.

References

Alekseev V. M., Kalugin P. I. *Polevye metody issledovaniya mekhanicheskikh svojstv gruntov: uchebnoe posobie dlya studentov, obuchayushchihся po napravleniyu 270100 «Stroitel'stvo»*. [Field methods for studying the mechanical properties of soils: a textbook for students studying in the direction 270100 «Construction»] Voronezh, Publ. Voronezhskij gosudarstvennyj arhitekturno-stroitel'nyj universitet, 2011, 112 p. (In Russian).

Vinogradov A.Yu., Zubova O.V., Parfenov E.A. *Raschet erozionnogo razmyva svyaznogo grunta*

- Виноградов А.Ю., Обызов В.А. Об аппроксимации зависимости сопротивления грунта сдвигу от нормального давления // Гидросфера. Опасные процессы и явления. 2023. Т. 5. Вып. 3. С. 283–291.
- Виноградов Ю. Б. Этюды о селевых потоках. Л., Гидрометеиздат, 1980, 144 с.
- Дмитриев В.В., Ярг Л.А. Методы и качество лабораторного изучения грунтов: учебное пособие. М.: КДУ, 2008, 542 с.
- Крамаренко В.В. Грунтоведение: учебное пособие. Томск: Из-во ТПУ, 2011. 431 с.
- Крюков Е. В., Бутенко В. М. Опасные природные процессы: учеб.-метод. пособие. – М.: Академия ГПС МЧС России, 2013. 119 с.
- Романов П.Ю., Романова Т.Е., Уравнение касательной к графику функции // Математика. Первое сентября. 2001. № 16. С. 17–20.
- Терцаги К. Теория механики грунтов. М.: Гостройиздат. 1961. 507 с.
- Цытович Н.А. Механика грунтов (краткий курс): учебник для строит. вузов. 4 изд. М.: Высшая школа, 1983. 288 с.
- Шустер Р., Кризек Р. Оползни. Исследование и укрепление. М.: МИР, 1981, 368 с.
- [Calculation of erosion scour of cohesive soil]. *Izvestiya Sankt-Peterburgskoj lesotekhnicheskoy akademii [Proceedings of the St. Petersburg Forestry Academy]*. 2021, vol 235, pp. 187–195. (In Russian).
- Vinogradov A.Yu., Obyazov V.A. Ob approksimacii zavisimosti soprotivleniya grunta sdvigu ot normal'nogo davleniya [About the approximation of the dependence of soil shear resistance on normal pressure]. *Gidrosfera. Opasnye processy i yavleniya. [Hydrosphere. Hazard processes and phenomena]*, 2023, vol. 5, iss. 3, pp. 283–291. (In Russian).
- Vinogradov Yu. B. *Etyudy o selevykh potokah [Studies on mudflows]*. Leningrad, Publ. Hydrometeoizdat 1980, 144 p. (In Russian).
- Dmitriev V.V., Yarg L.A. *Metody i kachestvo laboratornogo izucheniya gruntov: uchebnoe posobie. [Methods and quality of laboratory soil study: study guide]*. Moscow: Publ. KDU, 2008, 542 p. (In Russian).
- Kramarenko V.V. *Gruntovedenie: uchebnoe posobie. [Soil science: a textbook]*. Tomsk: Publ. Iz-vo TPU, 2011, 431 p. (In Russian).
- Kryukov E. V., Butenko V. M. *Opasnye prirodnye processy: ucheb.-metod. posobie. [Dangerous natural processes: educational and methodical manual]*. Moscow: Publ. Akademiya GPS MCHS Rossii, 2013, 119 p. (In Russian).
- Romanov P.YU., Romanova T.E. *Uravnenie kasatel'noj k grafiku funkcii [The equation of the tangent to the graph of the function]*. *Matematika. Pervoe sentyabrya [Mathematics. The first of September]*. 2001, vol 16, pp. 17–20. (In Russian).
- Terczagi K. *Teoriya mexaniki gruntov [Theory of soil mechanics]*. Moscow: Publ. Gostrojizdat, 1961, 507 p. (In Russian).
- Cytovich N.A. *Mexanika gruntov (kratkij kurs): Uchebnik dlya stroit. vuzov. - 4-e izd., pererab. i dop. [Soil Mechanics (short course): A textbook for builds. universities. – 4th edition revised and expanded]*. Moscow: Publ. Vy`sshaya shkola, 1983, 288 p. (In Russian).
- Shuster R., Krizek R. *Opolzni. Issledovanie i ukreplenie. [Landslides. Research and strengthening]*. Moscow: Publ. MIR, 1981, 368 p. (In Russian).